

Influencia de las Restricciones en la Síntesis de un Controlador Predictivo

González, Dariel¹ ; González, Ana Isabel^{2,*} 

¹Empresa de Mantenimiento a Centrales Eléctricas, Artemisa, Cuba

²Universidad Tecnológica de la Habana, Facultad de Ingeniería Automática y Biomédica, Habana, Cuba

Resumen: Los algoritmos de control predictivo basado en modelos (MPC) son métodos de control avanzado, muy utilizados en la industria por sus múltiples ventajas, en especial las de manejo de sistemas multivariables con la inclusión de restricciones. Esta técnica de control avanzado es el objeto de estudio de esta investigación en dos sistemas multivariables (MIMO-múltiple entrada-múltiple salida), un estanque agitado y una columna de destilación. La consideración de las restricciones en el cálculo de las acciones de control óptimas del controlador predictivo se analiza con especial interés y se evalúa su influencia en las especificaciones de la respuesta temporal. Se presenta un estudio comparativo del comportamiento del sistema de control predictivo con diferentes restricciones.

Palabras clave: Sistemas MIMO, control MPC, Gestión de restricciones

Influence of Constraints in the Synthesis of a Model-Based Predictive Control

Abstract: Model-based predictive control (MPC) algorithms are widely used methods in the industry due to their advantages in the design of multivariable systems with the inclusion of restrictions. The approach of this work is applied to control an agitated pond and a distillation column, MIMO systems (multiple input multiple output), focusing on working with the constraints of the controlled and manipulated variables and their influence in temporal response specifications. A comparative study of the behavior of the predictive control system with different restrictions is presented.

Keywords: MIMO systems, MPC control Constraint management

1. INTRODUCCIÓN

El control predictivo basado en modelos (Model Predictive Control en inglés, MPC) puede ser enmarcado dentro de los controladores óptimos, es decir, aquellos controladores en los que las acciones de control calculadas responden a la optimización de un criterio. El criterio a optimizar, o función objetivo, está relacionado con el comportamiento futuro del sistema, que se predice gracias a un modelo dinámico del mismo, denominado modelo de predicción. El controlador predictivo acepta gran variedad de tipo de modelos, funciones objetivo y/o restricciones (Wills, Bates, Fleming, Ninness & Moheimani, 2007).

La metodología para la síntesis de controladores predictivos es la forma más general de formular un problema de control óptimo en el dominio del tiempo, de manera que resulta fácil

ser aceptado por el personal de la industria (Guzmán, Berenguel & Bencomo, 2010).

Los algoritmos MPC utilizan un modelo del sistema para predecir los estados futuros del comportamiento de éste. Como salida generan un vector de control óptimo producto de la formulación de un problema de optimización. El problema de optimización emplea una determinada función de costo en un horizonte de predicción y puede ser formulado con y sin restricciones. Solo el primer valor calculado del vector de control en cualquier instante de muestreo, es el que se aplica al sistema, y el resto se descarta siguiendo la estrategia de horizonte deslizante. Todo el proceso se repite en el próximo instante.

La función de costo puede tomar la forma de error de seguimiento, esfuerzo de control, costo de energía, consumo de energía, tiempo mínimo o una combinación de estos y otros

*darielglezrquez@gmail.com
Recibido: 17/02/2021
Aceptado: 29/12/2022
Publicado en línea: 02/02/2023
10.33333/rp.vol51n1.03
CC 4.0

factores. Se pueden colocar restricciones tales como: rango de acción limitado, incremento de acción limitado, salida restringida, entre otros (Zidane, 2019).

La consideración de restricciones desde la fase del diseño del controlador predictivo evita en cierto modo la violación de las mismas, resultando en un control más preciso en torno al punto de operación deseado (Orihuela, Álamo, Muñoz de la Peña & Rubio, 2008). Tener en cuenta las restricciones desde la etapa de diseño hace más realista las soluciones del control, pero conduce inherentemente a la solución de un problema de optimización con restricciones. Las restricciones provocan complejidad matemática en la optimización numérica y pueden provocar soluciones subóptimas o inclusive no encontrar el óptimo.

La aplicación de la programación cuadrática para resolver el problema de optimización del MPC bajo restricciones cuando se utilizan índices de coste de tipo cuadrático es ampliamente utilizada (Zidane, 2019), y permite resolver varias formulaciones de problemas de control predictivo con restricciones.

La gestión e influencia de restricciones ha sido un tema de interés en la investigación científica dentro de la temática del control predictivo desde hace algún tiempo. El objetivo general de la investigación desarrollada fue evaluar y profundizar en la influencia de los diferentes tipos de restricciones en la respuesta temporal de un controlador predictivo para dos casos de estudio: un estanque agitado de residuales y una columna de destilación. También se describe y valora el comportamiento del control logrado cuando se consideran o no las restricciones sobre las variables de entrada y de salida.

Las contribuciones científicas fundamentales que se hacen en este trabajo son la evaluación de la influencia de restricciones en un controlador predictivo, así como el análisis del efecto de los diferentes tipos de restricciones (sobre la amplitud y velocidad de cambio en la señal de control y amplitud en la salida controlada) para un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas. El comportamiento de la respuesta temporal del sistema controlado y el cálculo de los parámetros de dicha respuesta se analizan ante los diferentes tipos de restricciones impuestas. Se realizan comparaciones del sistema controlado con diferentes restricciones y la importancia de establecer los diferentes tipos de restricciones en su diseño. Toda esta investigación se realiza con modelos en espacio de estado o en función de transferencia y con el apoyo de la herramienta Simulink® de MatLab®.

El artículo consta de tres secciones. En la segunda sección se profundiza en las restricciones para el MPC. En la tercera sección se describen los casos de estudio y la síntesis del controlador predictivo para los procesos de interés efectuando comparaciones del sistema controlado con diferentes restricciones. Por último, se expresan las conclusiones.

2. GESTIÓN DE RESTRICCIONES EN MPC

La operación de los procesos en la práctica industrial está sujeta a restricciones físicas, operacionales o de seguridad. Por

ejemplo, los actuadores tienen un rango de acción y una velocidad de respuesta limitada. Este es el caso de las válvulas de control todo-nada, las cuales están limitadas por una posición completamente cerrada o abierta y una velocidad máxima de respuesta por razones constructivas y/o de seguridad. Además, en la práctica, los puntos de operación de las plantas están determinados por los requisitos de operación y de calidad, así como por objetivos económicos.

Generalmente satisfacer todos los requerimientos es una situación de compromiso e intersección de ciertos intereses. El sistema de control, especialmente en el caso del control predictivo, puede anticipar las violaciones de las restricciones y corregirlas de manera apropiada. Aunque las restricciones de entrada y salida se tratan básicamente de la misma manera, las implicaciones de las restricciones difieren.

Las variables de entrada (o manipuladas) siempre pueden mantenerse limitadas por el controlador recortando la acción de control a un valor que satisfaga las restricciones de amplitud y velocidad de respuesta (Camacho & Bordons, 2013) así como también considerando los límites físicos de los actuadores.

Las restricciones sobre las variables de salida se deben principalmente a razones de seguridad y deben controlarse con anticipación porque las variables de salida se ven afectadas por la dinámica del proceso. Se pueden establecer otros tipos de restricciones sobre las variables controladas por el proceso para forzar que la respuesta del proceso tenga ciertas características. Como por ejemplo: movimiento dentro de una banda, comportamiento monotónico, de sobreimpulso, estado terminal, fase no mínima, no linealidades del actuador, evitar respuesta inicial inversa, entre otros, que permiten forzar un determinado comportamiento temporal como se muestra en Camacho & Bordons (2013).

Además de la clasificación de restricciones en la entrada y en la salida según a qué tipo de variable se apliquen, se puede hacer otra clasificación atendiendo a la forma de tratarlas (González-Prieto, Zoric, Duran & Levi, 2019; Rossiter, 2003; Frison & Jorgensen, 2015; Hovd & Braatz, 2001)

- Restricciones *duras* son aquellas que no se pueden violar bajo ningún concepto. En este grupo se incluyen las restricciones relacionadas con la operación segura del proceso. Las restricciones duras son restricciones que deben cumplirse, por ejemplo pueden ser límites sobre actuadores o sobre válvulas (que deben estar entre 0 y 100%). No tiene sentido que un controlador pida a una variable que vaya más allá de una restricción estricta ya que esto no se puede lograr, por lo que físicamente limita el proceso.
- Restricciones *blandas* son aquellas que pueden ser violadas en un momento dado por no ser cruciales. Son formas de relajar la restricción, por ejemplo, puede haber limitaciones de temperatura o presión para evitar daños por fatiga en el equipo o para garantizar la calidad y se supone que si es necesario se pueden violar. Por lo general, las restricciones blandas se aplican a los productos/estados, aunque

también podrían ser aplicadas a las entradas y por ello pueden ser temporalmente superadas.

2.1. Restricciones

Las acciones de control u son el vector de los primeros controles futuros calculados por un MPC para un sistema de n_y variables de salida y n_u variables de entrada que minimiza un índice de coste o función objetivo cuadrático J a lo largo de un horizonte de predicción P que depende del error de predicción e , de las acciones de control en un horizonte de control M y de los incrementos de control Δu dado por (1).

$$J_u = \sum_{i=0}^{p-1} \left(\sum_j^{n_y} e_y^T(k+j) Q_{i+1,j}^y e_y(k+j) + \sum_j^{n_u} e_u^T(k+j) Q_{i,j}^u e_u(k+j) + \sum_j \Delta_{u,j}^T(k+i|k) Q_{i,j}^{\Delta u} \Delta_{u,j}(k+i|k) + \rho_\epsilon \epsilon_k^2 \right) \quad (1)$$

En (1):

$$e_y(k+j) = y_j(k+i+1|k) - r_j(k+i+1) \quad (2)$$

$$e_u(k+j) = u_j(k+i|k) - u_{jref}(k+i) \quad (3)$$

Al ser J un índice multiobjetivo, los términos $Q_{i+1,j}^y, Q_{i,j}^u, Q_{i,j}^{\Delta u}$ son los pesos no negativos correspondientes a cada variable. El término u_{jref} es una referencia para que las variables de control estén alrededor de un valor prefijado y r_j son las variables de referencia para las variables de salida o controladas.

En la práctica, la forma normal de utilizar un MPC es calcular $u(t)$ y aplicarlo al proceso. Si $u(t)$ viola la restricción, se satura hasta sus límites, ya sea por el programa de control o por el actuador. Los casos de $u(t+1), \dots, u(t+N)$ que violan las restricciones ni siquiera se consideran, ya que en la mayoría de los casos estas señales no se aplican al proceso por la estrategia de horizonte deslizante.

Las restricciones que aparecen son básicamente de amplitud y velocidad de cambio en la señal de control y amplitud en la salida (Camacho & Bordons, 2004; Hoyo, Guzmán, Moreno & Berenguel, 2019; Fernández, Rodríguez, Guzmán & Berenguel, 2011; Deng, Becerra & Stobart, 2009) y se pueden expresar como se refleja en (4) donde se consideran las restricciones en los límites de las variables de entrada, el incremento de la entrada y los límites en las variables de salida junto con las restricciones con cierta holgura $\epsilon \geq 0$.

$$\begin{bmatrix} y_{\min}(1) - \epsilon V_{\min}^y(1) \\ \dots \\ y_{\min}(p) - \epsilon V_{\min}^y(p) \\ u_{\min}(0) - \epsilon V_{\min}^u(0) \\ \dots \\ u_{\min}(p-1) - \epsilon V_{\min}^u(p-1) \\ \Delta u_{\min}(0) - \epsilon V_{\min}^{\Delta u}(0) \\ \dots \\ \Delta u_{\min}(p-1) - \epsilon V_{\min}^{\Delta u}(p-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(p) \\ u(0) \\ \dots \\ u(p-1) \\ \Delta u(0) \\ \dots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y_{\max}(1) + \epsilon V_{\max}^y(1) \\ \dots \\ y_{\max}(p) + \epsilon V_{\max}^y(p) \\ u_{\max}(0) + \epsilon V_{\max}^u(0) \\ \dots \\ u_{\max}(p-1) + \epsilon V_{\max}^u(p-1) \\ \Delta u_{\max}(0) + \epsilon V_{\max}^{\Delta u}(0) \\ \dots \\ \Delta u_{\max}(p-1) + \epsilon V_{\max}^{\Delta u}(p-1) \end{bmatrix} \quad (4)$$

En (4) los términos $u_{\min}, u_{\max}, y_{\min}, y_{\max}$ y $\Delta u_{\min}, \Delta u_{\max}$ representan los límites superiores de las variables de entrada, salida y los esfuerzos de control respectivamente y los términos pesados por la holgura ϵV asociados a cada límite son valores constantes utilizados para la relajación de las restricciones. En la Tabla 1 se muestran los parámetros del MPC y sus descripciones.

El problema (1) sujeto a (4) consiste en la minimización de una función cuadrática con restricciones lineales. En este caso, no se puede encontrar una solución analítica como en el caso sin restricciones, sino que hay que recurrir a métodos numéricos iterativos. Exceptuando cuando son problemas de optimización con restricciones de igualdad, el método de multiplicadores de Lagrange proporciona condiciones necesarias para la solución de este problema. Resulta evidente que la carga de cálculo será considerable, puesto que se debe encontrar la solución resolviendo el algoritmo iterativo en cada período de muestreo.

Normalmente, el esfuerzo computacional que se genera está justificado por el beneficio económico obtenido al trabajar más cerca del punto de operación óptimo dado que permite aumentar la producción de la planta. Las razones del éxito dependen de la aplicación en particular, pero están relacionadas con la capacidad del MPC para optimizar las funciones de costo y tratar las limitaciones.

Tabla 1. Parámetros del controlador predictivo

Parámetro	Descripción
$Q_{i,j}^{\Delta u}$	Matriz de peso para los esfuerzos de control
$Q_{i+1,j}^y$	Matriz de peso para variables de salida de la planta
$Q_{i,j}^u$	Matriz de peso para variables de entrada de la planta
$r(k+i k)-n_y$	Valores de referencia de la salida de la planta en el i-esimo paso del horizonte de predicción
$y(k+i k)-n_y$	Salida de la planta en el i-esimo paso del horizonte de control
$u_{jref}(k+i k)-n_u$	Valores objetivos de las variables manipuladas correspondientes a $u(k+i k)$
ϵ_k	Variable de holgura en el intervalo de control k
ρ_ϵ	Peso de la penalización por infracción de restricciones
ϵ	Variable de holgura de QP escalar (adimensional) utilizada para suavizar restricciones
V	Valores constantes del controlador adimensionales análogas a las ponderaciones por infracción de costo, pero utilizadas para suavizar restricciones
p	Horizonte de predicción
y_{\min}, y_{\max}	Límites inferior y superior de la variable controlada
u_{\min}, u_{\max}	Límites inferior y superior de la variable manipulada
$\Delta u_{\min}, \Delta u_{\max}$	Límites inferior y superior del incremento de la variable manipulada

Para resolver los problemas numéricos de optimización existen diversos métodos suficientemente probados. Una revisión de estos métodos se puede verificar en (Camacho & Bordons, 2013).

3. CASOS DE PRUEBA

3.1 Caso de prueba 1

En esta investigación, se realiza el estudio del MPC para un sistema multivariable, un estanque agitado con dos entradas (u_1 y u_2) y dos salidas (y_1 y y_2). Las entradas representan a los flujos de entrada de sustancia, flujo de entrada 1 con concentración C_1 que se expresa en m^3/s (F_1) y flujo de entrada

2 con concentración C_2 que se expresa en m^3/s (F_2). Las salidas representan al flujo de salida F_o del estanque que se expresa en m^3/s y la concentración de salida C_o que se expresa en (Mol/m^3) .

El controlador MPC restringido se implementa con un modelo linealizado del proceso del estanque agitado. Dicho controlador calcula los flujos de sustancias de entrada óptimos al estanque que permiten un flujo de salida con una concentración deseada.

El diseño del MPC se realiza vía simulación mediante el bloque de MPC de Simulink® y la caja de herramientas de control predictivo MPCTool. Esta herramienta trabaja con dos modelos, el que se utiliza como la planta real o planta física y el modelo de predicción que es elemento imprescindible del controlador predictivo.

El entorno MPCTool utiliza el algoritmo KWIK para resolver el problema QP (Cho, Bacelli & Coe, 2019). Aunque esto es transparente al usuario del entorno visual, si se generan por el algoritmo numérico de optimización algunos reportes de alerta en la ventana de comandos de MatLab®. Cuando el solucionador detecta un problema inviable o alcanza el número máximo de iteraciones sin encontrar una solución óptima, el controlador retiene la última salida de control exitosa.

El modelo en espacio de estado (5) con las matrices A, B, C y D que se muestran en (6) y (7) pertenece a un modelo empírico previamente identificado y linealizado.

Las matrices (6) y (7) representan los parámetros del modelo en espacio de estado (5) para el estanque agitado cuando en el controlador MPC se asume que el modelo de predicción es igual al modelo de la planta y cuando el modelo de la planta es diferente del modelo del controlador. En este modelo

$x(t) \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estados, $y(t) \in \mathfrak{R}^q$ es el vector de salidas, $u(t) \in \mathfrak{R}^p$ es el vector de entradas, $A(t) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ es la matriz de estados, $B(t) \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ es la matriz de entradas, $C(t) \in \mathfrak{R}^{q \times n}$ es la matriz de salida y $D(t) \in \mathfrak{R}^{q \times p}$ es la matriz de transmisión directa. Se asume una matriz $D=0$.

$$\begin{aligned} x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5)$$

(Caso en que el modelo de la planta se asume igual al modelo de predicción del controlador)

$$A = \begin{bmatrix} -0,01 & 0 \\ 0 & -0,02 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,25 & 0,75 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

(Caso en que el modelo de la planta se asume diferente al modelo de predicción del controlador)

$$A = \begin{bmatrix} -0,015 & 0 \\ 0 & -0,020 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1,1 & 1,1 \\ -0,25 & 0,75 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 0,03 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

La función objetivo o de coste J (1) que se emplea ya fue explicada y es un índice multicriterial que considera el error de predicción, los esfuerzos de control y la limitación de las acciones de control alrededor de una referencia sujeto a

restricciones. Es el tipo de función objetivo cuadrático que implementa la herramienta computacional con el algoritmo numérico de optimización QP de tipo conjunto activo.

Minimizando el funcional J de la Ecuación (1), se calculan los valores de las salidas predichas en función de valores pasados de entradas y salidas y de señales de control futuras, mediante el uso del modelo de predicción y se sustituyen en la función de coste, y se obtiene una expresión cuya minimización debe conducir a los valores deseados. Para el criterio cuadrático si el modelo es lineal y no existen restricciones, se puede obtener una solución analítica, en otro caso se debe usar un método iterativo de optimización. Si no existen restricciones (no es el caso de interés), la solución óptima se calcula analíticamente.

Para un problema con restricciones se debe usar un algoritmo de programación cuadrática que considere las restricciones dentro de la función de optimización. Con la adición de restricciones el problema consiste en la minimización de una función cuadrática con restricciones, lo que se conoce como Programación Cuadrática, QP. (Yu-geng, De-Wei & Shu, 2013)

Un problema asociado a la implementación del control con restricciones es el análisis de la estabilidad del lazo cerrado. Como es necesario utilizar métodos numéricos para resolver el problema de la optimización, la ley de control resultante no se puede describir de forma explícita, haciendo el problema muy difícil de atacar mediante la teoría clásica de control.

En los últimos años, se ha trabajado mucho sobre la estabilidad en estas circunstancias, y se ha propuesto soluciones basadas en la teoría de Lyapunov. La idea básica consiste en que la función de coste cuando el horizonte es infinito es monótona decreciente (si existe solución factible) y se puede interpretar como función de Lyapunov que garantiza por tanto la estabilidad. Sin embargo, como la solución tiene que ser numérica, el número de variables de decisión tiene que ser finito, por lo que se han propuesto 2 ideas. En la primera, se descompone la función objetivo en dos partes: una con horizonte finito y restricciones y otra con horizonte infinito y sin restricciones. La segunda idea es en esencia equivalente y consiste en imponer restricciones terminales al estado y usar un horizonte infinito. Una revisión más detallada se puede verificar en Camacho & Bordons (2013).

Para la obtención de la ley de control se debe minimizar la función J . El solucionador QP para MPC de MatLab® convierte un problema de optimización MPC a la forma general QP (8).

Son x las decisiones o valores óptimos a encontrar, H es la matriz hessiana, A es una matriz de coeficientes de restricciones lineales y b y f son vectores.

$$\begin{aligned} \underset{x}{\text{Min}} (f^T x + \frac{1}{2} x^T H x) \\ \text{s.a.} : Ax \leq b \end{aligned} \quad (8)$$

Las matrices H y A son constantes. El controlador MPC las calcula durante la inicialización y los recupera de la memoria de la computadora cuando es necesario. Evalúa los vectores b y f , variables en el tiempo, al comienzo de cada instante de control. El MPC toolbox utiliza el algoritmo KWIK para

resolver el problema QP, que requiere que el hessiano sea definido positivo. En el primer paso de control, KWIK utiliza un arranque denominado en frío en el que el paso inicial es la solución sin restricciones de la Ecuación (8). Si esta x satisface las restricciones es la solución óptima de QP, x^* , y el algoritmo termina. De lo contrario, esto significa que al menos una de las restricciones de desigualdad lineal debe satisfacerse como una igualdad. En este caso, KWIK utiliza una estrategia eficiente y numéricamente robusta para determinar el conjunto de restricciones activas que satisface las condiciones de un óptimo estándar. En los siguientes pasos de control, KWIK utiliza un arranque denominado en caliente. En este caso, el conjunto activo de restricciones determinado en el paso de control anterior se convierte en la suposición inicial para el siguiente.

El modelo de predicción desplegado en forma discreta en espacio de estado será como (9).

$$\begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ \vdots \\ y(k+H_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CA^1 \\ \vdots \\ CA^{H_p} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{H_p-1}B & CA^{H_p-2}B & \dots & CB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k|k) \\ \vdots \\ u(k+H_u-1|k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

3.2 Resultados y discusión para el caso 1

Para la síntesis del controlador MPC se utilizó la aplicación de control predictivo de MatLab® y específicamente el bloque MPC Controller de la herramienta de Simulink® como muestra el diagrama de la Figura 1.

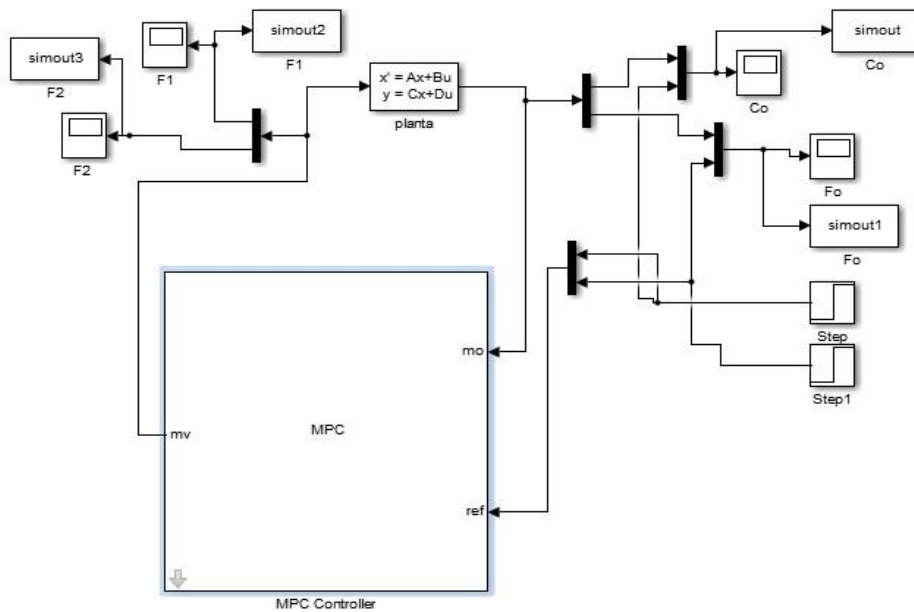


Figura 1. Diagrama Simulink® del estanque agitado

Durante la sintonía del controlador predictivo, se hicieron muchos estudios considerando modelo de la planta igual al modelo de predicción del controlador o no y presencia o no de restricciones. Para poder realizar el análisis de resultados se organizaron los escenarios y sus parámetros en la Tabla 2. Se escoge esta agrupación de escenarios para lograr la comparación entre los escenarios más afines en cuanto a escenarios con restricción en las variables manipuladas (escenarios 1, 2, 9 y 10), escenarios con restricciones en las variables manipuladas y variación de máxima subida y máxima bajada (escenario 3 y 11), escenario con restricciones en las variables controladas (escenario 4, 5, 12 y 13), escenario con restricciones en las variables manipuladas y controladas (escenario 6, 7, 14 y 15) y escenario con restricciones en las variables manipuladas y controladas además de variaciones de máxima subida y máxima bajada (escenario 8 y 16).

En la Tabla 3, se muestran factores y parámetros que caracterizan los resultados de los escenarios analizados. Hay que señalar que en estos casos no existieron sobreimpulsos significativos en la respuesta temporal de C_o y muy poco significativos en el caso de F_o debido a los ajustes finos sobre

el controlador que se llevaron a cabo durante la conformación de los escenarios. Fueron resaltados en color rojo los parámetros que cambiaron al pasar del escenario de simulación 1 al 2 y 3, resaltados en verde los parámetros que cambian al pasar del escenario 4 al 5, en azul los parámetros que cambian al pasar del escenario 6 al 7 y 8.

El error absoluto medio o MAE (por sus siglas en inglés) mide la magnitud promedio del error entre los datos medidos y los datos estimados por el modelo. Su valor mínimo es cero y ocurre cuando los datos medidos y las estimaciones son iguales en todo el rango de muestras. Conserva las unidades de los datos medidos.

El error medio o ME (por sus siglas en inglés) mide si el modelo sobreestimó o subestimó los datos medidos. Un valor de cero no necesariamente indica ajuste perfecto, pues al no usar el valor absoluto en su cálculo, los errores positivos compensan a los negativos. Este índice conserva las unidades de los datos medidos.

El error cuadrático medio o MSE (por sus siglas en inglés) pondera las estimaciones que están más alejadas del valor

medido. Su resultado está en unidades al cuadrado de la variable medida.

La raíz del error cuadrático medio o RMSE (por sus siglas en inglés) mide el valor medio cuadrático del error. Éste índice es

el más usado para la validación de modelos de sistemas físicos en la literatura revisada. Su resultado tiene las unidades de la variable medida y pondera los pronósticos que están más alejados del valor medido (Camarillo-Peñaranda, Saavedra-Montes & Ramos-Paja, 2013).

Tabla 2. Escenarios de simulación (modelo de la planta se asume igual al modelo de predicción del controlador)

Factores y parámetros	Escenarios							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Referencia para las salidas (ref)	Co=1 Fo=1	Co=50 Fo=4	Co=1 Fo=1	Co=1 Fo=1	Co=100 Fo=8	Co=1 Fo=1	Co=50 Fo=4	Co=100 Fo=8
Restricciones variables manipuladas (u)	Min 0	Min0	Min 0	-	-	Min0	Min0	Min0
	Max4	Max 4	Max 4			Max4	Max 4	Max40
Restricciones variables controladas (y)	-	-	-	Min 0	Min0	Min0	Min0	Min0
				Max4	Max50	Max4	Max4	Max 100
Máxima variación de subida	1	1	2	-	-	1	1	10
Máxima variación de bajada	-1	-1	-2	-	-	-1	-1	-10
Pesos variables manipuladas (γ)	0	F1=0 F2=4,74	0	0	0	0	0	0
Tasa de peso de las variables manipuladas (β)	0,1	0,12	0,1	0,1	-1	0,2	0,1	0,1
Pesos de las variables controladas (α)	1	2	1	Co=3 Fo=6	Co=3 Fo=9	5	0,5	Co=0,1 Fo=15
Horizonte de predicción (N)	7	7	7	7	7	7	7	7
Horizonte de control (M)	2	2	2	2	2	2	2	2

Tabla 2 (cont.). Escenarios de simulación (modelo de la planta se asume diferente al modelo de predicción del controlador)

Factores y parámetros	Escenarios							
	9	10	11	12	13	14	15	16
Referencia para las salidas (ref)	Co=1 Fo=1	Co=50 Fo=4	Co=1 Fo=1	Co=1 Fo=1	Co=100 Fo=8	Co=1 Fo=1	Co=50 Fo=4	Co=100 Fo=8
Restricciones variables manipuladas (u)	Min 0	Min0	Min 0	-	-	Min 0	Min 0	Min 0
	Max4	Max4	Max4			Max 4	Max4	Max40
Restricciones variables controladas (y)	-	-	-	Min 0	Min 0	Min 0	Min 0	Min 0
				Max4	Max 50	Max4	Max4	Max100
Máxima variación de subida	1	1	2	-	-	1	1	10
Máxima variación de bajada	-1	-1	-2	-	-	-1	-1	-10
Pesos variables manipuladas (γ)	0	F1=0 F2=1,5	0	0	0	0	0	0
Tasa de peso de las variables manipuladas (β)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Pesos de las variables controladas (α)	1	Co=1 Fo=10	1	1	1	1	Co=0,2 Fo=1	1
Horizonte de predicción (N)	14	14	14	14	14	14	14	14
Horizonte de control (M)	1	1	1	1	1	1	1	1

En el caso de los escenarios 1, 2 y 3 donde se imponen restricciones en las variables manipuladas, el controlador presenta respuestas diferentes para estos tres escenarios. En el caso del escenario 2, se aumenta en 49 unidades la referencia de la variable concentración de salida y se aumenta en 3 unidades la del flujo de salida. Estos aumentos de las variables con respecto al escenario 1 traen consigo que el controlador se sature completamente, la respuesta de la Co no alcanza la referencia.

Este comportamiento trae como consecuencia un aumento en el tiempo de establecimiento de C_o de 368,18 segundos y en F_o de 8,375 segundos, un aumento en el tiempo de retardo de 58,85 segundos para C_o y 1,54 segundos para F_o , un aumento del tiempo de subida de 202,94 segundos para C_o y 6,3 segundos para F_o , la aparición de un error de estado estacionario del 89,12% para C_o , un aumento del tiempo de pico de 18 segundos para F_o , una disminución del máximo sobreimpulso de 0,5 %, un aumento del RMSE para C_o de 45,274 y para F_o de 0,2282, un aumento del MAE de 45,299

para C_o y de 0,045 para F_o , un aumento del MSE de 2063,48 para C_o y de 0,0864 para F_o o y una disminución del ME de 45,3 para C_o y de 0,024 para F_o con respecto al escenario 1.

Moviendo los valores de la máxima variación de subida y la máxima variación de bajada en una unidad en cada caso (escenario 3) existen mejores resultados con respecto al escenario 1. Las respuestas temporales presentan una disminución del tiempo de establecimiento en 1,01 segundos para C_o y 0,955 segundos para F_o , una disminución del tiempo de retardo de 1,01 segundos para C_o y 0,51 segundos para F_o , una disminución del tiempo de subida de 0,977 segundos para F_o , una disminución del tiempo de pico de 1 segundo para F_o , la disminución en 0,1 % del máximo sobreimpulso, una disminución del RMSE de 0,034 para C_o y de 0,0172 para F_o , una disminución del MAE de 0,0122 para C_o y de 0,072 para F_o , una disminución del MSE de 0,009 para C_o y de 0,0026 para F_o y un aumento del ME de 0,012 para C_o y de 0,003 para F_o . La implantación de límites en las variables manipuladas (F_1 y F_2) permite limitar el flujo de entrada al estanque agitado.

Al imponer restricciones en las variables controladas, que es el caso de los escenarios 4 y 5, las referencias pasadas a las variables controladas son cumplidas mientras no sobrepasen los límites impuestos a las mismas. Cuando esto ocurre la respuesta de la variable controlada no satisface la referencia.

En el escenario 5, se aumentó en 99 unidades la referencia de C_o y en 7 unidades la referencia de F_o con respecto al escenario 4, lo que trae como consecuencia una disminución del tiempo de establecimiento de 5,749 segundos para C_o , una disminución del tiempo de retardo de 1,691 segundos para C_o , una disminución del tiempo de subida de 3,698 segundos para C_o , la aparición de un error de estado estacionario del 50 % para C_o , un aumento del RMSE de 53,422 para C_o y de 1,7325 para F_o , un aumento del MAE de 51,27 para C_o y de 0,46 para F_o , un aumento del MSE de 2888,59 para C_o y de 3,859 para F_o y una disminución del ME de 51,27 para C_o y de 0,46 para F_o . Los límites que se imponen a las variables controladas se pueden considerar restricciones duras que no pueden ser violadas bajo ningún concepto ya que pueden producir daños o la parada del proceso.

En los escenarios 6, 7 y 8, se toma en consideración todo lo estudiado en los escenarios anteriores: restricciones en las variables manipuladas, restricciones en las variables controladas, movimientos en la máxima variación de subida y en la máxima variación de bajada. En estos escenarios, el controlador puede no cumplir con las referencias pasadas a las variables controladas ya sea porque son saturadas las variables manipuladas o porque las referencias pasadas son superiores a los límites de las variables controladas.

En el caso del escenario 7, se aumenta en 49 unidades el valor de la señal de referencia de C_o y en 3 unidades la señal de F_o con respecto al escenario 6. Como ocurrió anteriormente en el escenario 5, la referencia de las variables controladas está por encima de los límites de estas variables. Esto trae como consecuencia un aumento en el tiempo de establecimiento de 104,8 segundos para C_o y 2,883 segundos para F_o , un aumento del tiempo del retardo de 35,31 segundos para C_o y 1,413 segundos para F_o , un aumento del tiempo de subida de 84,08 segundos para C_o y 4,22 segundos para F_o , la aparición de un error de estado estacionario del 92 %, un aumento del RMSE

de 46,17 para C_o y de 0,1234 para F_o , un aumento del MAE de 46,19 para C_o y de 0,022 para F_o , un aumento del MSE de 2142,89 para C_o y de 0,083 para F_o y una disminución del ME de 46,19 para C_o y de 0,026 para F_o con respecto al escenario 6.

En el escenario 8, se aumenta en 99 unidades la referencia de C_o y en 7 unidades la referencia de F_o con respecto al escenario 6 y el controlador se satura completamente. Las respuestas de C_o no alcanzan las referencias trayendo consigo el aumento del tiempo de establecimiento de 370,6 segundos para C_o y la disminución en 0,217 segundos para F_o , también un aumento del tiempo de retardo de 60,6 segundos para C_o y la disminución en 0,471 segundos para F_o , así como un aumento del tiempo de subida de 203,16 segundos para C_o y la disminución en 0,918 segundos para F_o , la aparición de un error de estado estacionario del 46,45 % para la concentración de salida ya que esta no alcanza la referencia, un aumento del RMSE de 56,976 para C_o y de 0,4003 para F_o , un aumento del MAE de 55,48 para C_o y de 0,023 para F_o , un aumento del MSE de 3261,09 para C_o y de 0,209 para F_o y una disminución del ME de 55,48 para C_o y de 0,23 para F_o .

A continuación, se procede a realizar una comparación entre escenarios con las mismas referencias en las variables controladas, $C_o = 1$ y $F_o = 1$. Es el caso del escenario 1 con los escenarios 3,4 y 6, se puede observar que existen variaciones en las respuestas del controlador para estos escenarios. En todos hay una pequeña disminución del tiempo de establecimiento, del tiempo de retardo y del tiempo de subida, en el caso del escenario 4 la disminución es de alrededor del 50%. También disminuye el RMSE, el MAE y el MSE y aumenta el ME exceptuando de esto el escenario 4 donde disminuye el RMSE, el MAE y el MSE y aumenta el ME.

Análisis de los resultados asumiendo que el modelo de la planta es diferente al modelo de predicción del controlador

Al asumir el modelo de la planta igual al modelo del controlador, se está asumiendo que el modelo que se utiliza para predecir las salidas futuras de la planta es 100% fiel a la planta. Un modelo matemático no es 100% fiel al proceso que representa ya sea por consideraciones en el modelado del proceso, por cambios en la dinámica del proceso producto del paso del tiempo, por desgaste mecánico, por presencia de perturbaciones u otra razón. Los modelos de la planta y el controlador no tienen que ser iguales; de hecho, para lograr un mayor acercamiento a la realidad durante el ajuste, dichos modelo no deben ser iguales.

Por otra parte, al llevar a cabo el ajuste con modelos diferentes en la planta y el controlador se puede tener una idea de cuán sensible es el controlador a cambios como los antes mencionados. Como era de esperar cuando se realiza la sintonía del MPC ante el cambio en el modelo de la planta la respuesta del proceso se deteriora con respecto al caso en que los modelos de la planta y el controlador son iguales. Se debe resaltar que dicho deterioro viene dado por un aumento del tiempo de establecimiento, del tiempo de retardo, del tiempo de subida, del RMSE, MAE y MSE de la variable F_o y una disminución de estos parámetros de la variable C_o . en el caso de ME hay un aumento de C_o y una disminución de F_o .

Tabla 3. Evaluación de la respuesta del controlador predictivo para entradas y salidas con modelo perfecto

Factores y parámetros	Escenarios							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Tiempo de Establecimiento (2%)	Co= 24,8 Fo= 2,95	Co=392,9 Fo=11,32	Co= 23,8 Fo= 1,99	Co= 7,729 Fo= 1,979	Co=1,98 Fo=1,98	Co= 24,2 Fo= 2,94	Co=129,0 Fo=5,82	Co=394,84 Fo=2,72
Tiempo de retardo	Co=12,05 Fo=2,01	Co=70,9 Fo=3,55	Co=11,04 Fo=1,50	Co=3,19 Fo=1,497	Co=1,499 Fo=1,497	Co=12,05 Fo=2,01	Co=47,36 Fo=3,423	Co=72,65 Fo=1,539
Tiempo de subida	Co=16,74 Fo=1,785	Co=219,68 Fo=8,085	Co=16,74 Fo=0,808	Co=4,498 Fo=0,7991	Co=0,8 Fo=0,8	Co=16,62 Fo=1,78	Co=100,76 Fo=3,298	Co=219,78 Fo=0,862
Error de estado estacionario	-	Co=89,1%	-	-	Co=50 %	-	Co=92%	Co=46,5%
Tiempo de pico	Fo=4	Fo=22	Fo=3	-	-	Fo=3,8	-	-
Máximo sobreimpulso	Fo=1,7%	Fo=1,2%	Fo=1,6%	-	-	Fo=1,3%	-	-
Raíz del error Cuadrático Medio (RMSE)	Co=0,151 Fo=0,0748	Co=45,425 Fo=0,303	Co=0,117 Fo=0,0576	Co=0,324 Fo=0,2475	Co=53,746 Fo=1,98	Co=0,124 Fo=0,061	Co=46,29 Fo=0,295	Co=57,10 Fo=0,4613
Error Medio Absoluto (MAE)	Co=0,0318 Fo=0,075	Co=45,331 Fo=0,030	Co=0,0196 Fo=0,003	Co=0,14 Fo=0,07	Co=51,41 Fo=0,53	Co=0,021 Fo=0,004	Co=46,21 Fo=0,026	Co=55,5 Fo=0,027
Error Cuadrático medio (MSE)	Co=0,023 Fo=0,0056	Co=2063,5 Fo=0,092	Co=0,014 Fo=0,003	Co=0,105 Fo=0,061	Co=2888,7 Fo=3,92	Co=0,015 Fo=0,004	Co=2142,9 Fo=0,087	Co=3261,1 Fo=0,213
Error Medio (ME)	Co=-0,032 Fo=-0,006	Co=-45,33 Fo=-0,030	Co=-0,020 Fo=-0,003	Co=-0,14 Fo=-0,07	Co=-51,41 Fo=-0,53	Co=-0,02 Fo=-0,004	Co=-46,21 Fo=-0,03	Co=-55,5 Fo=-0,027
Suavidad del control	Poca saturación	Alta saturación	Poca saturación	Ninguna saturación	Ninguna saturación	Poca saturación	Media saturación	Alta saturación
Alcance de referencia	Si	Co no alcanza	si	Si	Co no alcanza	Si	Co no alcanza	Co no alcanza

Tabla 3(cont.). Evaluación de la respuesta del controlador predictivo para entradas y salidas con modelo no perfecto

Factores y parámetros	Escenarios							
	9	10	11	12	13	14	15	16
Tiempo de Establecimiento 2%	Co= 9,75 Fo= 32,9	Co=262,91 Fo=32,92	Co= 9,44 Fo= 32,9	Co= 6,87 Fo= 32,9	Co=17,71 Fo=32,51	Co= 9,76 Fo= 32,9	Co=34,5 Fo=47,1	Co=121,2 Fo=101,9
Tiempo de retardo	Co=5,305 Fo=6,636	Co=47,79 Fo=6,68	Co=4,319 Fo=6,653	Co=2,598 Fo=6,679	Co=3,297 Fo=6,679	Co=5305 Fo=6,636	Co=14,14 Fo=9,204	Co=39,11 Fo=5,594
Tiempo de subida	Co=5,55 Fo=17,91	Co=146,19 Fo=17,96	Co=5,243 Fo=17,93	Co=3,72 Fo=17,95	Co=6,68 Fo=17,88	Co=5,55 Fo=17,92	Co=21,1 Fo=25,96	Co=90,25 Fo=14,05
Error de estado estacionario	-	Co=76,06%	-	-	Co=50%	-	Co=92%	-
Tiempo de pico	-	-	-	-	-	-	-	Co=35
Máximo sobreimpulso	-	-	-	-	-	-	-	Co=8,99%
Raíz del error Cuadrático Medio (RMSE)	Co=0,108 Fo=0,118	Co=40,09 Fo=0,4718	Co=0,098 Fo=0,118	Co=0,094 Fo=0,136	Co=51,16 Fo=1,088	Co=0,108 Fo=0,118	Co=46,06 Fo=0,543	Co=26,49 Fo=0,894
Error Medio Absoluto (MAE)	Co=0,018 Fo=0,024	Co=39,88 Fo=0,096	Co=0,016 Fo=0,024	Co=0,016 Fo=0,032	Co=50,74 Fo=0,253	Co=0,018 Fo=0,024	Co=45,94 Fo=0,13	Co=11,91 Fo=0,0399
Error Cuadrático medio (MSE)	Co=0,012 Fo=0,014	Co=1606,97 Fo=0,223	Co=0,0096 Fo=0,014	Co=0,009 Fo=0,019	Co=2616,9 Fo=1,183	Co=0,012 Fo=0,014	Co=2121,5 Fo=0,29	Co=701,49 Fo=0,799
Error Medio (ME)	Co=-0,02 Fo=-0,02	Co=-39,88 Fo=-0,096	Co=-0,016 Fo=-0,024	Co=-0,016 Fo=-0,031	Co=-50,74 Fo=-0,25	Co=-0,018 Fo=-0,024	Co=-45,94 Fo=-0,13	Co=-11,91 Fo=-0,0399
Suavidad del control	Poca saturación	Alta saturación	Poca saturación	Ninguna saturación	Ninguna saturación	Poca saturación	Media saturación	Media saturación
Alcance de referencia	Si	Co no alcanza	Si	Si	Co no alcanza	Si	Co no alcanza	Si

En el escenario 9, existe una disminución del MAE para la variable F_o , en el escenario 10 también existe una disminución del error de estado estacionario de la variable C_o , en el caso del escenario 16 desaparece el error de estado estacionario, en el caso del escenario 12 el deterioro viene dado por una disminución del RMSE, el MAE y el MSE de la variable F_o y en el caso del escenario 13 el deterioro viene dado por el

aumento del tiempo de establecimiento, el tiempo de retardo y el tiempo de subida tanto en C_o como F_o , así como una disminución del RMSE, el MAE y el MSE de la variable F_o . A pesar de esto el controlador sigue siendo capaz de controlar y estabilizar el proceso en un tiempo razonable como se muestra en la Figura 2.

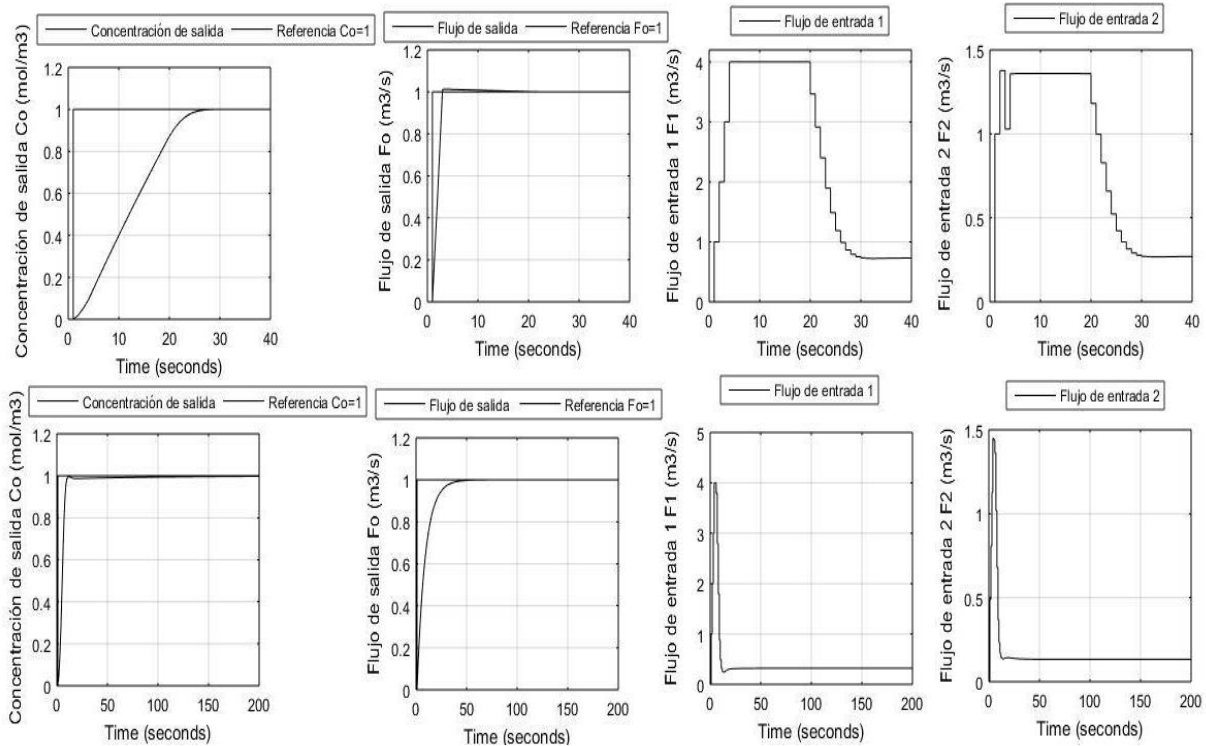


Figura 2. Estanque Agitado sistema linealizado. Superior (MPC con restricciones en la entrada y la salida y con modelo de planta igual al del controlador).Escenario 6, Inferior. (MPC con restricciones en la entrada y la salida y con modelo de planta diferente al del controlador).Escenario 14.

3.3 Caso de prueba 2

Se presenta el estudio del MPC para un sistema multivariable de una columna de destilación basado en tres entradas (U1, U2 y U3) y tres salidas (Y1, Y2 y Y3). Las entradas representan a la tasa de tiro superior (Tts) que se expresa en m³/s, la tasa de tiro lateral (Ttl) que se expresa en m³/s y el reflujo inferior (Ri) que se expresa en m³/s. Las salidas representan la concentración del producto superior (Cps) que se expresa en mol/m³, la concentración del producto lateral (Cpl) se expresa en mol/m³ y la temperatura inferior (Ti) que se expresa en °C. En la Tabla 4 se muestra las variables usadas en este caso de estudio.

El controlador MPC restringido se implementa en el modelo linealizado del proceso de una columna de destilación.

Dicho controlador calcula las entradas óptimas a la columna que permiten las salidas deseadas de las concentraciones y la temperatura. El diseño del MPC se realiza vía simulación mediante el bloque de MPC de Simulink® y la caja de herramientas de control predictivo MPCTool.

Las ecuaciones en función de transferencia con retardos de tiempo (10) y (11) representan al modelo para la columna de destilación cuando en el controlador MPC se asume que el modelo que se toma para la planta es igual al modelo del controlador y cuando el modelo utilizado como la planta es diferente del modelo empleado en el controlador. Se aprecia que es un sistema con retardo de tiempo. A continuación, se presenta el modelo linealizado de una columna de destilación en (10).

Para la implementación del controlador MPC se utilizó la aplicación de control predictivo de MatLab® y específicamente el bloque MPC Controller de la herramienta de Simulink®, para la cual se diseñó el diagrama de la Figura 3.

(Caso en que el modelo de la planta se asume igual al modelo de predicción del controlador)

$$\begin{bmatrix} Y1(s) \\ Y2(s) \\ Y3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-27s}}{1+50s} & \frac{1.77e^{-28s}}{1+60s} & \frac{5.88e^{-27s}}{1+50s} \\ \frac{5.39e^{-18s}}{1+50s} & \frac{5.72e^{-14s}}{1+60s} & \frac{6.9e^{-15s}}{1+40s} \\ \frac{4.38e^{-20s}}{1+33s} & \frac{4.42e^{-22s}}{1+44s} & \frac{7.2}{1+19s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U1(s) \\ U2(s) \\ U3(s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

(Caso en que el modelo de la planta se asume diferente al modelo de predicción del controlador)

$$\begin{bmatrix} Y1(s) \\ Y2(s) \\ Y3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4e^{-27s}}{1+50s} & \frac{1.77e^{-28s}}{5e^{-18s}} & \frac{5e^{-27s}}{1+50s} \\ \frac{1+50s}{5e^{-18s}} & \frac{1+60s}{5.7e^{-14s}} & \frac{1+50s}{6.9e^{-15s}} \\ \frac{1+50s}{4.38e^{-20s}} & \frac{1+60s}{4.42e^{-22s}} & \frac{1+40s}{7.2} \\ \frac{1+30s}{1+30s} & \frac{1+40s}{1+40s} & \frac{1+25s}{1+25s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U1(s) \\ U2(s) \\ U3(s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

3.4 Resultados y discusión para el caso 2

Durante la sintonía del controlador predictivo, se hicieron muchos estudios considerando modelo perfecto o no y presencia o no de restricciones. Para poder realizar el análisis de resultados se organizaron los escenarios y sus parámetros en la Tabla 5.

En la Tabla 6, se muestran factores y parámetros que caracterizan los resultados de los escenarios analizados. Fueron resaltados en color rojo los parámetros que cambiaron al pasar del escenario de simulación 1 al 2 y 3, resaltados en verde los parámetros que cambian al pasar del escenario 4 al 5, en azul los parámetros que cambian al pasar del escenario 6 al 7 y 8.

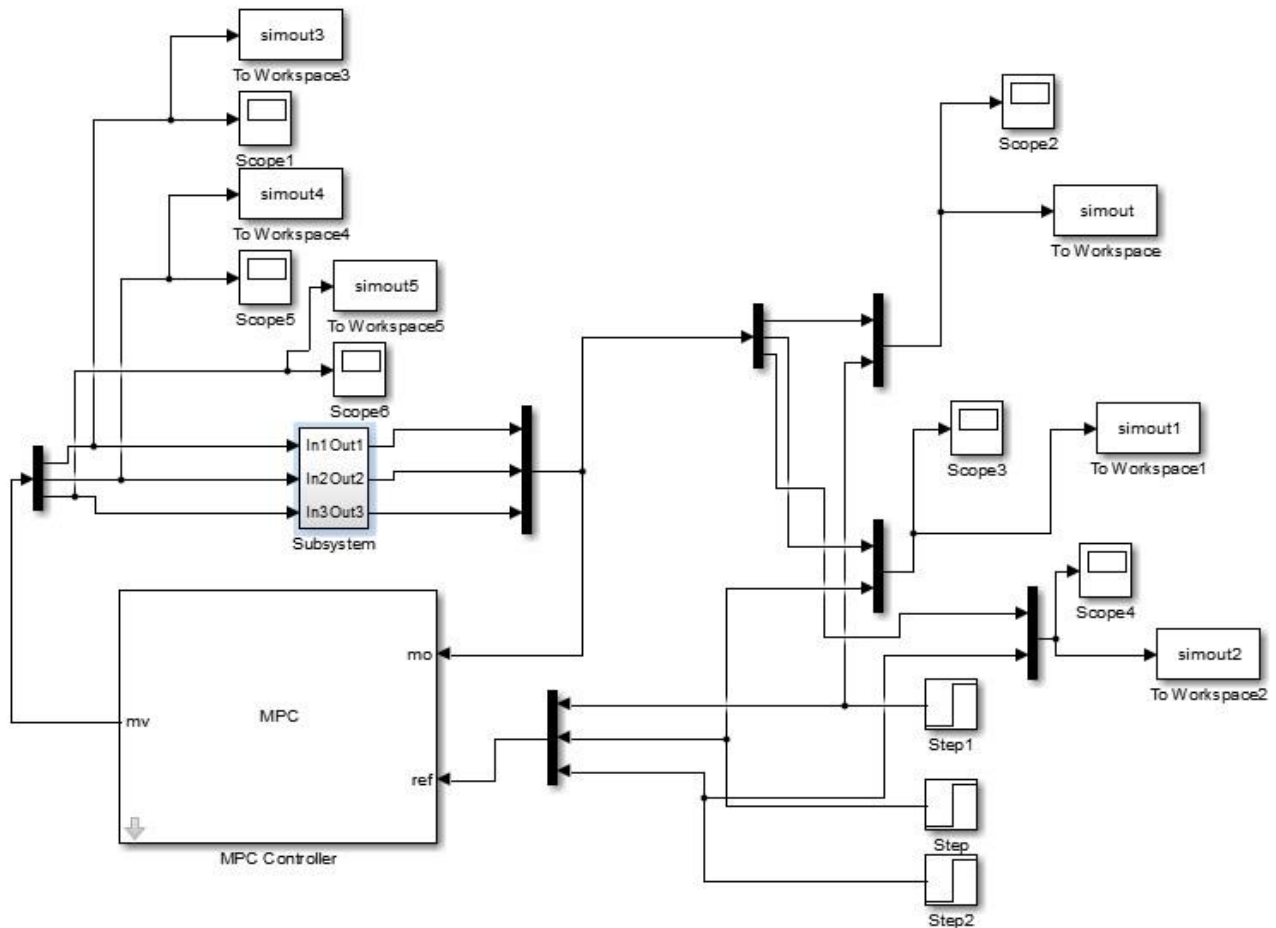


Figura 3. Diagrama Simulink® de la columna de destilación

.En el caso de prueba 2, se presentan los escenarios 1, 2 y 3 los cuales representan escenarios con restricciones en la entrada al igual que en caso de prueba 1. Estos escenarios varían en lo que respecta a los parámetros mostrados en la Tabla 6.

Tabla 4. Variables utilizadas en el modelo del estanque agitado (caso 1) y en el modelo de la columna de destilación (caso 2)

Variables	Significado	Medición
F_1	Flujo de entrada 1 con concentración C1	M ³ /s
F_2	Flujo de entrada 2 con concentración C2	M ³ /s
F_o	Flujo de salida	M ³ /s
C_o	Concentración de salida	Mol/m ³
Tts	Tasa de tiro superior	M ³ /s
Ttl	Tasa de tiro lateral	M ³ /s
Ri	Reflujo inferior	M ³ /s
Cps	Concentración del producto superior	Mol/m ³
Cpl	Concentración de producto lateral	Mol/m ³
Ti	Temperatura inferior	°C

Al hacer una comparación entre los escenarios 1 y 2 podemos observar en la Figura 4, como de manera general, los parámetros: tiempo de establecimiento, tiempo de subida, tiempo de retardo, RMSE, MAE y MSE aumentan del escenario 1 al escenario 2 y el error medio disminuya. En dicho escenario 2, se aumentan las referencias en 5 unidades con respecto al escenario 1 y podemos continuar observando como en el caso del escenario 2, la variable Cps no alcanza la

referencia. La variable Cpl sobrepasa la referencia como se muestra en la Figura 4 debido a las restricciones en las variables manipuladas que presenta dicho escenario, trayendo consigo la aparición de un error de estado estacionario de un 16,45% para la variable Cps y de un 6.92% para la variable Cpl en estas variables ya que las mismas no se establecen en la referencia.

En estos resultados, cuando se imponen restricciones en las variables manipuladas estas pueden ser saturadas para satisfacer las referencias de las variables controladas, como en este caso donde las variables Tts y Ri son saturadas completamente para lograr satisfacer las referencias de las variables controladas y debido a la dinámica de interrelación entre las variables de entrada y salida de los sistemas MIMO, una variable de entrada puede influir más o menos sobre una de salida y puede traer consigo que para satisfacer cierta variable de control otra quede por encima de su referencia.

En el caso del escenario 3, donde se cambia la máxima variación de subida y de bajada, se puede observar como en general los parámetros: tiempo de establecimiento, tiempo de subida, tiempo de retardo, RMSE, MAE y MSE disminuyen y el tiempo de establecimiento, el tiempo de subida de la variable Cpl , además del máximo sobreimpulso de Ti y el error medio aumentan, así como desaparece el error de estado estacionario.

En los escenarios 4 y 5, escenarios con restricciones en las variables de salida, se aumenta en 0,5 unidades la referencia del escenario 5 con respecto al 4 y se puede observar como

disminuye el tiempo de establecimiento, el tiempo de subida, el tiempo de retardo y el error medio y aumenta RMSE, MAE y MSE, así como aparece un error de estado estacionario del

50% para las tres variables ya que no alcanzan la referencia como se puede observar en la Figura 5.

Tabla 5. Escenarios de simulación (modelo perfecto: modelo de la planta se asume igual al modelo de predicción del controlador)

Factores y parámetros	Escenarios							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Referencia para las salidas (ref)	Cps=1 Cpl=1 Ti=1	Cps=6 Cpl=6 Ti=6	Cps=1 Cpl=1 Ti=1	Cps=0,5 Cpl=0,5 Ti=0,5	Cps=1 Cpl=1 Ti=1	Cps=0,5 Cpl=0,5 Ti=0,5	Cps=1 Cpl=1 Ti=1	Cps=1,5 Cpl=1,5 Ti=1,5
Restricciones variables manipuladas (u)	Min -0,5 Max 1	Min -0,5 Max 0,5	Min-0,5 Max05	-	-	Min -0,5 Max 1	Min -0,5 Max 0,5	Min -0,5 Max 0,05
Restricciones variables controladas (y)	-	-	-	Min 0 Max 0,5	Min0 Max 0,5	Min0 Max1	Min0 Max 0,5	Min0 Max 1,5
Máxima variación de subida	0,1	0,1	0,2	-	-	0,1	0,1	0,2
Máxima variación de bajada	-0,2	-0,2	-0,1	-	-	-0,2	-0,2	-0,1
Pesos variables manipuladas (γ)	0	0	0	0	0	0	Tts=2 Ttl=2 Ri=0	0
Tasa de peso de las variables manipuladas (β)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Pesos de las variables controladas (α)	Cps=1,5 Cpl=0,7 Ti=1,7	Cps=1 Cpl=1 Ti=10	Cps=1 Cpl=0,6 Ti=1,9	Cps=0,9 Cpl=1 Ti=4	Cps=0,83 Cpl=1 Ti=1	Cps=5 Cpl=3 Ti=9	1	1
Horizonte de predicción (N)	30	30	30	30	30	30	30	30
Horizonte de control (M)	5	5	5	5	5	5	5	5

Tabla 5 (cont.). Escenarios de simulación (modelo de la planta se asume diferente al modelo de predicción del controlador)

Factores y parámetros	Escenarios								
	9	10	11	12	13	14	15	16	
Referencia para las salidas (ref)	Cps=0,5 Cpl=0,5 Ti=0,5	Cps=6 Cpl=6 Ti=6	Cps=0,5 Cpl=0,5 Ti=0,5	Cps=0,5 Cpl=0,5 Ti=0,5	Cps=1 Cpl=1 Ti=1	Cps=0,5 Cpl=0,5 Ti=0,5	Cps=1 Cpl=1 Ti=1	Cps=1,5 Cpl=1,5 Ti=1,5	
Restricciones variables manipuladas (u)	Min-0,5 Max 0,5	Min -0,5 Max 0,5	Min-0,5 Max 0,5	-	-	Min-0,5 Max 1	Min-0,5 Max 0,5	Min-0,5 Max 0,05	
Restricciones variables controladas (y)	-	-	-	Min 0 Max 0,5	Min 0 Max 0,5	Min 0 Max 1	Min 0 Max 0,5	Min 0 Max 1,5	
Máxima variación de subida	0,1	0,1	0,2	-	-	0,1	0,1	0,2	
Máxima variación de bajada	-0,2	-0,2	-0,1	-	-	-0,2	-0,2	-0,1	
Pesos variables manipuladas (γ)	Tts=0 Ttl=0 Ri=0,2	0	0	0	0	Tts=0 Ttl=0 Ri=0,5	Tts=1 Ttl=1,05 Ri=0	0	
Tasa de peso de las variables manipuladas (β)	Tts=0,1 Ttl=0,1 Ri=0,5	0,1	0,1	0,1	0,1	Tts=0,1 Ttl=5 Ri=15	0,1	60	
Pesos de las variables controladas (α)	Cps=3 Cpl=2 Ti=5	Cps=1 Cpl=1,4 Ti=6	Cps=1 Cpl=0,5 Ti=4	Cps=0,8 Cpl=0,5 Ti=0,9	Cps=0,8 Cpl=1 Ti=1,8	Cps=2,5 Cpl=1,5 Ti=4	Cps=0,6 Cpl=0,1 Ti=0,1	1	
Horizonte de predicción (N)	30	30	30	30	30	30	30	30	
Horizonte de control (M)	5	5	5	5	5	5	5	5	

Tabla 6. Evaluación de la respuesta del controlador predictivo para entradas y salidas con modelo perfecto

Factores y parámetros	Escenarios							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Tiempo de Establecimiento (2%)	Cps=60,32 Cpl=151,25 Ti=30,24	Cps=257,41 Cpl=189,45 Ti=66,003	Cps=73,485 Cpl=149,45 Ti=23,83	Cps=195,63 Cpl=167,09 Ti=7,913	Cps=136,13 Cpl=167,1 Ti=7,91	Cps=70,12 Cpl=147,47 Ti=22,86	Cps=264,42 Cpl=154,98 Ti=15,644	Cps=233,72 Cpl=217,55 Ti=155,17
Tiempo de retardo	Cps=43,28 Cpl=28,83 Ti=13,375	Cps=68,21 Cpl=49,289 Ti=36,172	Cps=39,867 Cpl=26,89 Ti=9,86	Cps=41,1 Cpl=21,814 Ti=5,95	Cps=35,165 Cpl=21,533 Ti=5,948	Cps=39,41 Cpl=25,97 Ti=9,832	Cps=41,53 Cpl=26,56 Ti=9,832	Cps=66,805 Cpl=53,26 Ti=35,64
Tiempo de subida	Cps=18,52 Cpl=13,76 Ti=1326	Cps=131,13 Cpl=120,94 Ti=43,99	Cps=19,18 Cpl=12,97 Ti=8,7	Cps=66,45 Cpl=54,198 Ti=3,176	Cps=18,76 Cpl=14,9 Ti=3,17	Cps=16,86 Cpl=19,31 Ti=9,88	Cps=101,85 Cpl=16,04 Ti=8,84	Cps=113,3 Cpl=109,01 Ti=83,53
Error de estado estacionario	-	Cps=16,45% Cpl=-6,92%	-	-	Cps=50 % Cpl=50 % Ti=50 %	-	Cps=50% Cpl=50% Ti=50%	Cps=61% Cpl=39,97% Ti=46,67%
Tiempo de pico	Ti=24	-	Ti=20	-	-	Ti=16	-	-
Máximo sobreimpulso	Ti=6,5%	-	Ti=9,4%	-	-	Ti=4,82%	-	-
Raíz del error Cuadrático Medio (RMSE)	Cps=0,3665 Cpl=0,3118 Ti=0,2322	Cps=2,2997 Cpl=1,7473 Ti=1,4629	Cps=0,3076 Cpl=0,3065 Ti=0,2129	Cps=0,195 Cpl=0,158 Ti=0,098	Cps=0,5782 Cpl=0,556 Ti=0,5173	Cps=0,192 Cpl=0,1635 Ti=0,1147	Cps=0,6035 Cpl=0,5623 Ti=0,5268	Cps=1,071 Fo=0,8355 Ti=0,841
Error Medio Absoluto (MAE)	Cps=0,1459 Fo=0,1197 Ti=0,0568	Cps=1,7196 Cpl=0,3315 Ti=0,4456	Cps=0,1429 Cpl=0,1166 Ti=0,048	Cps=0,102 Cpl=0,07 Ti=0,02	Cps=0,553 Cpl=0,5362 Ti=0,5055	Cps=0,081 Cpl=0,0676 Ti=0,028	Cps=0,5789 Cpl=0,541 Ti=0,5128	Cps=1,04 Fo=0,7775 Ti=0,8033
Error Cuadrático medio (MSE)	Cps=0,1343 Cpl=0,0972 Ti=0,0539	Cps=5,2888 Cpl=3,053 Ti=2,14	Cps=0,1279 Cpl=0,0939 Ti=0,0453	Cps=0,038 Cpl=0,025 Ti=0,0095	Cps=0,3344 Cpl=0,3092 Ti=0,2676	Cps=0,037 Cpl=0,0267 Ti=0,0131	Cps=0,3642 Cpl=0,3161 Ti=0,2775	Cps=1,147 Fo=0,6981 Ti=0,7071
Error Medio (ME)	Cps=-0,146 Cpl=-0,119 Ti=-0,0568	Cps=-1,7196 Cpl=-0,3315 Ti=-0,4456	Cps=-0,143 Cpl=-0,117 Ti=-0,048	Cps=-0,102 Cpl=-0,07 Ti=-0,02	Cps=-0,553 Cpl=-0,536 Ti=-0,5055	Cps=-0,081 Cpl=-0,068 Ti=-0,028	Cps=-0,579 Cpl=-0,541 Ti=-0,5128	Cps=-1,04 Fo=-0,7775 Ti=-0,8033
Suavidad del control	Poca saturación	Alta saturación	Poca saturación	Ninguna saturación	Ninguna saturación	Poca saturación	Media saturación	Alta saturación
Alcance de referencia	Si	Cps y Cpl no alcanzan	Si	Si	Cps, Cps, Ti no alcanzan	Si	Cps, Cps, Ti no alcanzan	Cps, Cps, Ti no alcanzan

Tabla 6 (cont.). Evaluación de la respuesta del controlador predictivo para entradas y salidas con modelo no perfecto

Factores y parámetros	Escenarios							
	9	10	11	12	13	14	15	16
Tiempo de Establecimiento 2%	Cps=77,68 Cpl=71,83 Ti=40,42	Cps=236,24 Cpl=178,64 Ti=66,48	Cps=82,17 Cpl=76,275 Ti=37,855	Cps=75,45 Cpl=71,99 Ti=34,294	Cps=331,08 Fo=122,95 Ti=36,83	Cps=77,104 Cpl=70,76 Ti=39,978	Cps=691,94 Cpl=195,1 Ti=89,057	Cps=234,35 Cpl=217,788 Ti=146,055
Tiempo de retardo	Cps=38,99 Cpl=25,789 Ti=10,91	Cps=68,029 Cpl=49 Ti=38,56	Cps=39,1 Cpl=25,64 Ti=8,737	Cps=35,39 Cpl=23,439 Ti=6,518	Cps=49,35 Fo=27,485 Ti=13,452	Cps=39,99 Cpl=26,035 Ti=10,912	Cps=98,727 Cpl=63,685 Ti=44,506	Cps=66,896 Cpl=53,18 Ti=37,553
Tiempo de subida	Cps=41,32 Cpl=44,88 Ti=10,83	Cps=115,07 Cpl=75,35 Ti=51,86	Cps=44,73 Cpl=48,37 Ti=10,457	Cps=41,72 Cpl=33,497 Ti=7,243	Cps=90 Fo=35,34 Ti=21,34	Cps=40,85 Cpl=35,20 Ti=10,78	Cps=330,54 Cpl=89,34 Ti=57,99	Cps=113,57 Cpl=108,98 Ti=79,90
Error de estado estacionario	-	Cps=23,6% Cpl=-3,67%	-	-	Cps=50% Cpl=50% Ti=50%	-	Cps=50% Cpl=50% Ti=50%	Cps=64,1% Cpl=41,33% Ti=46,67%
Tiempo de pico	Cps=116 Ti=32	Ti=76	Ti=28	Cps=120 Ti=28	Ti=28	Cps=116 Ti=32	-	-
Máximo sobreimpulso	Cps=1,5% Ti=13,9%	Ti=1,9%	Ti=10,1%	Cps=1,18% Ti=15,24%	Ti=5,54%	Cps=1,46 Ti=13,18%	-	-
Raíz del error Cuadrático Medio (RMSE)	Cps=0,152 Cpl=0,1285 Ti=0,093	Cps=2,68 Cpl=1,885 Ti=1,642	Cps=0,168 Cpl=0,1447 Ti=0,096	Cps=0,1467 Cpl=0,1267 Ti=0,079	Cps=0,597 Fo=0,555 Ti=0,527	Cps=0,16897 Cpl=0,144 Ti=0,104	Cps=0,606 Cpl=0,557 Ti=0,538	Cps=1,074 Cpl=0,8053 Ti=0,816
Error Medio Absoluto (MAE)	Cps=0,052 Cpl=0,041 Ti=0,018	Cps=2,235 Cpl=0,61 Ti=0,545	Cps=0,065 Cpl=0,053 Ti=0,0198	Cps=0,049 Cpl=0,040 Ti=0,013	Cps=0,574 Fo=0,536 Ti=0,515	Cps=0,064 Cpl=0,051 Ti=0,022	Cps=0,588 Cpl=0,541 Ti=0,526	Cps=1,051 Cpl=0,7565 Ti=0,783
Error Cuadrático medio (MSE)	Cps=0,023 Cpl=0,017 Ti=0,0087	Cps=7,197 Cpl=3,555 Ti=2,696	Cps=0,028 Cpl=0,021 Ti=0,0092	Cps=0,022 Cpl=0,016 Ti=0,006	Cps=0,356 Fo=0,307 Ti=0,278	Cps=0,029 Cpl=0,02 Ti=0,01	Cps=0,367 Cpl=0,31 Ti=0,2899	Cps=1,154 Cpl=0,649 Ti=0,666
Error Medio (ME)	Cps=-0,052 Cpl=-0,041 Ti=-0,018	Cps=-2,235 Cpl=-0,61 Ti=-0,545	Cps=-0,065 Cpl=-0,053 Ti=-0,0198	Cps=-0,049 Cpl=-0,040 Ti=-0,013	Cps=-0,574 Fo=-0,536 Ti=-0,515	Cps=-0,064 Cpl=-0,051 Ti=-0,022	Cps=-0,588 Cpl=-0,541 Ti=-0,526	Cps=-1,051 Cpl=-0,757 Ti=-0,783
Suavidad del control	Poca saturación	Alta saturación	Poca saturación	Ninguna saturación	Ninguna saturación	Poca saturación	Media saturación	Alta saturación
Alcance de referencia	Si	Cps y Cpl no alcanzan	Si	Si	Cps, Cpl y Ti no alcanzan	Si	Cps, Cpl, Ti no alcanzan	Cps, Cpl, Ti no alcanzan

En los escenarios 6, 7 y 8 donde se combinan las restricciones en la entrada y la salida, se puede observar cómo se aumenta

la referencia en 0,5 unidades en el escenario 7 con respecto al escenario 6 y esto trae como consecuencia que aumente el

tiempo de establecimiento, el tiempo de subida, el tiempo de retardo de las variables Cps y Cpl , disminuya el de la variable Ti , así como aumente RMSE, MAE y MSE de las tres variables y disminuya el error medio de estas. Aparece un error de estado estacionario del 50% para las 3 variables de salida.

En el escenario 8, se aumenta en una unidad la referencia con respecto al escenario 6 trayendo como consecuencia el aumento del tiempo de establecimiento, el tiempo de subida, el tiempo de retardo, RMSE, MAE y MSE y la disminución del error medio, así como también la aparición de un error de estado estacionario de 61% para Cps , 39,97% para Cpl y de 46,67% para Ti como se muestra en la Figura 5.

Algunos parámetros en algunos escenarios disminuyen y otros aumentan con respecto a los escenarios cuando el modelo de la planta y el modelo del controlador son iguales.

Cuando se asume que el modelo de la planta es diferente del modelo del controlador, podemos observar que existen variaciones en todos los parámetros que se tuvieron en cuenta a la hora de la comparación de los escenarios.

En algunos escenarios como es el caso de los escenarios 9, 10, 12, 13 y 14, aparecen nuevos sobreimpulsos, en el caso del escenario 9 aumenta el error de estado estacionario con respecto al escenario 1, al igual que el aumento del error de estado estacionario del escenario 16 con respecto al escenario 8, pero a pesar de ello el controlador sigue siendo capaz de controlar y estabilizar el proceso en un tiempo razonable mostrando la capacidad de los controladores MPC de aceptar cualquier tipo de modelo que incluye modelos con grandes retardos de tiempo como es el caso de prueba 2, y de esta forma se logra el control de los mismos

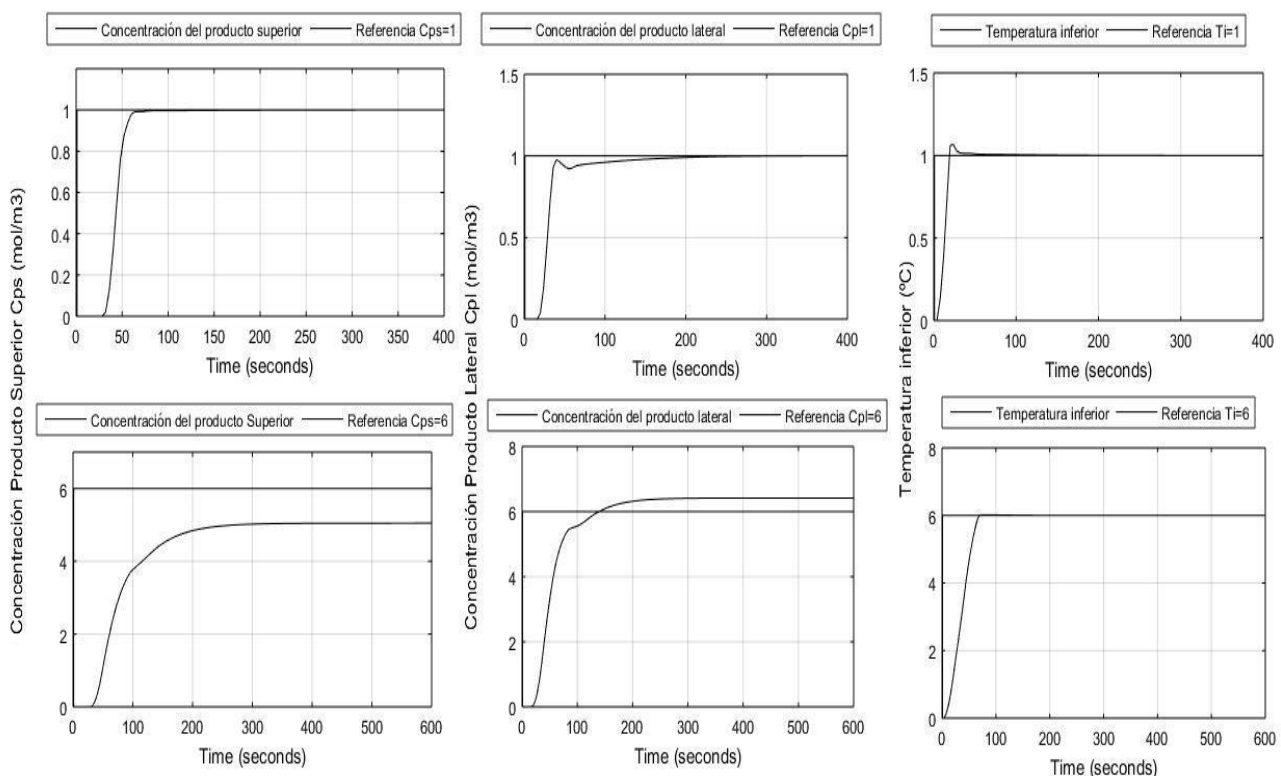


Figura 4. Columna de destilación sistema linealizado. (MPC con restricciones en la entrada y con modelo de planta igual al del controlador). Escenario 1 y 2, variable CPS, variable Cpl y variable Ti, (MPC con restricciones en la salida y con modelo de planta igual al del controlador).

CONCLUSIONES

El desarrollo de este trabajo junto con la investigación realizada en la temática de influencia y gestión de restricciones en la síntesis de controladores MPC ha permitido arribar a las siguientes conclusiones:

- 1- Se ratifica las ventajas de diseñar controladores predictivos con restricciones y con diferentes tipos de modelos, resaltando los procesos con retardos de tiempo como es el caso de prueba 2 así como en diseños más cercanos a la realidad de la operación efectiva de procesos industriales.
- 2- Se aprecia que las respuestas temporales de las variables controladas en controladores MPC que presentan diferentes tipos de restricciones, se modifican y cambian

sus especificaciones, en particular los tiempos de establecimiento, de retardo o de subida ya sea en aumento o en disminución. Esto ratifica la atención que se debe prestar en aspectos de implementación de este tipo de controladores por la rapidez o demora que puede implicar el cálculo de las acciones óptimas de control.

- 3- Se demuestra la influencia de restricciones en las variables de entrada provocando suavidad o no de las acciones de control calculadas, para lograr que estas no sobrepasen las restricciones físicas ni provoquen las saturaciones de los elementos de acción final y por consiguiente que no hayan paradas de emergencias de los procesos.
- 4- El controlador en los casos de pruebas logró la estabilidad de las plantas sin grandes sobreimpulsos que comprometían la estabilidad de los procesos.

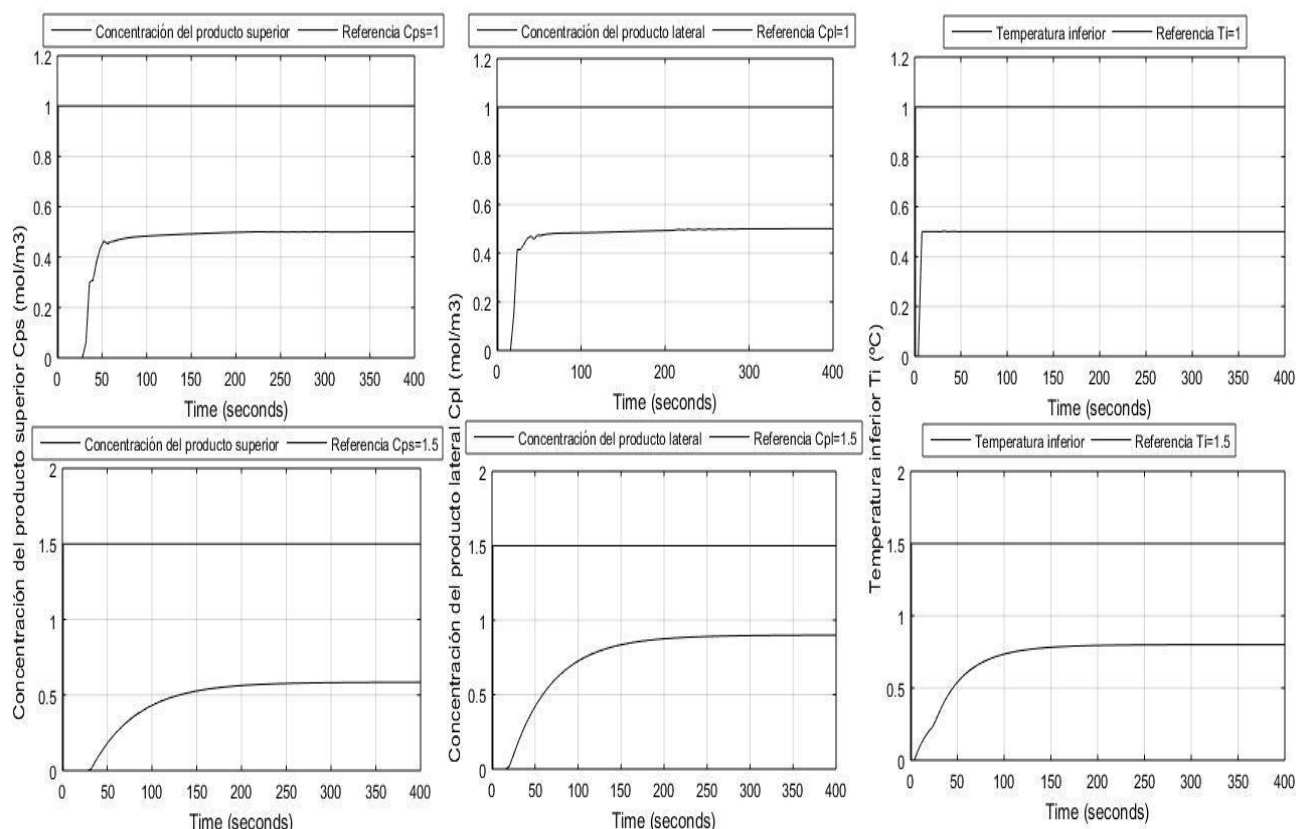


Figura 5. Columna de destilación sistema linealizado. (Escenario 5, variable CPS, variable Cpl y variable Ti. (MPC con restricciones en la entrada y salida y con modelo de planta igual al del controlador). Escenario 8, variable CPS, variable Cpl, y variable Ti.

REFERENCIAS

- Camacho, E. F. & Bordons, C. (2004). Control predictivo: pasado, presente y futuro. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial*, 1(3), 5-28. <https://doi.org/10.4995/riai>
- Camacho, E. F. & Bordons, C. (2013). *Model Predictive Control* (Segunda Ed.) Springer science & business media.
- Camarillo-Peñaranda, J. R., Saavedra-Montes, A. J. & Ramos-Paja, C. A. (2013). Recomendaciones para Seleccionar Índices para la Validación del modelo. *Tecnológicas*, 109-122. <https://doi.org/10.22430/22565337.372>
- Cho, H., Bacelli, G. & Coe, R. G. (2019). Model Predictive Control Tuning by Inverse Matching for a Wave Energy Converter. *Energies*, 12(21), 4158. <https://doi.org/10.3390/en12214158>
- Deng, J., Becerra, V. & Stobart, R. (2009). Input Constraints Handling in an MPC/Feedback Linearization Scheme. *International Journal of Applied Mathematics and Compute Science*, 19(2), 219-232. <https://doi.org/10.2478/v10006-009-0018-2>
- Fernández, I., Rodríguez, C., Guzmán, J. L. & Berenguel, M. (2011). Control predictivo por desacoplo con compensación de perturbaciones para benchmark de control 2009-2010. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 8(2), 112-121. [https://doi.org/10.1016/S1697-7912\(11\)70032-2](https://doi.org/10.1016/S1697-7912(11)70032-2)
- Frison, G. & Jorgensen, J. B. (2015, January 13-16). *Efficient solvers for soft-constrained MPC*. In 19th Nordic Process Control Workshop, Hurtigruten, Norway. https://backend.orbit.dtu.dk/ws/portalfiles/portal/104753988/Efficient_solvers_for_soft_constrained_MPC.pdf
- González-Prieto, I., Zoric, I., Duran, M. J. & Levi, E. (2019). Constrained Model Predictive Control in Nine-Phase induction Motor Drives. *IEEE Transactionson Energy Conversion*, 34(4), 1881-1889. <https://doi.org/10.1109/TEC.2019.2929622>
- Guzmán, J. L., Berenguel, M. & Bencomo, S. D. (2010). MIMO-GPCIT. Herramienta Interactiva de Control Predictivo Generalizado para Sistemas Multivariables con Restricciones. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 1(1), 57-68. <http://hdl.handle.net/10251/146681>
- Hovd, M. & Braatz, R. D. (2001). Handling state and

output constraints in MPC using time-dependent weights. *In Proceedings of the 2001 American Control Conference. (Cat. No.01CH37148) IEEE, vol 3, 2418-2423.*
<https://doi.org/10.1109/ACC.2001.946115>

Hoyo, Á., Guzmán, J. L., Moreno, J. C. & Berenguel, M. (2019, septiembre 4-6). *Control predictivo lineal del PH en un foto biorreactor Raceway*. XL Jornadas de Automática. La Coruña, España.
https://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/23749/2019_Hoyo-Angeles_Control-predictivo-lineal-ph-fotobiorreactor.pdf

Orihuela, L., Álamo, T., Muñoz de la Peña, D. & Rubio, F. R. (2008, septiembre 3-5). *Algoritmo de minimización para control predictivo con restricciones*. XXIX Jornadas de Automática, Universidad de Sevilla, España.
https://www.researchgate.net/profile/Francisco_Rubio11/publication/228391513_ALGORITMO_DE_MINIMIZACION_PARA_CONTROL_PREDICTIVO_CON_RESTRICCIONES/links/5501bcb40cf24cee39f8d44f.pdf

Rossiter, J. A. (2003). *Model-based predictive control: a practical approach*. CRC press.

Wills, A. G., Bates, D., Fleming, A. J., Ninness, B. & Moheimani, S. R. (2007). Model Predictive Control Applied to Constraint Handling in Active Noise and Vibration Control. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 16(1), 3-12.
<https://doi.org/10.1109/TCST.2007.903062>

Yu-geng, X. I., De-Wei, L. I. & Shu, L. (2013). Model predictive control-status and challenges. *Acta de automática Sinica*, 39(3), 222-236.
[https://doi.org/10.1016/S1874-1029\(13\)60024-5](https://doi.org/10.1016/S1874-1029(13)60024-5)

Zidane, Z. (2019). Unconstrained and Constrained Predictive Control for the Multivariable Process with Non-minimum Phase. *Journal of Modeling and Simulation of Materials*, 2(1), 1-6.
<https://doi.org/10.21467/jmsm.2.1.1-6>

BIOGRAFÍA



Dariel Rodríguez González. Ingeniero Informático Graduado en la Universidad Agraria de la Habana (UNAH). Mayabeque, Cuba en 2012. Área de Investigación: gestión de restricciones en control predictivo basado en modelo.



Ana Isabel González Santos. Ingeniera en Máquinas Computadoras (1994) y Máster en Automática (1996) por la Universidad Tecnológica de la Habana José Antonio Echeverría (CUJAE), Cuba. Doctora en Tecnologías de la Información (2000) por la Universidad de Valladolid, España. Investiga en control predictivo no lineal basado en modelos.

