Artículo Original

El teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein: sus consecuencias en la teoría económica y en su enseñanza

Mantel-Debreu-Sonnenschein theorem: its consequences for economic theory and its teaching

Wilson Perez-Oviedo[1] https://orcid.org/0000-0002-9285-1501

[1]Flacso, Ecuador, Ecuador wilson.amadeo.perez@gmail.com

Fecha de Envío: 17 de noviembre de 2021
Fecha de Aceptación: 20 de diciembre de 2021

Resumen

El presente artículo explica que la enseñanza de la microeconomía puede ser entendida en dos componentes, el primero desde los agentes y su toma de decisiones hasta el equilibrio general y el primer teorema del bienestar; y, el segundo en función de los límites del mercado competitivo y las diversas fallas de mercado. Se argumenta que es necesario añadir una tercera etapa a la enseñanza de la microeconomía, basada fundamentalmente en el teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein y sus consecuencias. Este teorema señala los límites de la microeconomía neoclásica, la necesidad de incorporar elementos institucionales en el análisis macroeconómico, y en marcar distancias respecto de la estructura de las llamadas ciencias duras.

Abstract

This article explains that we can understand the teaching of microeconomics in two components, the first is from the agents and their decision-making to the general equilibrium and the first welfare theorem, and the second, from the limits of the competitive market and the various market failures. It is necessary to add a third stage to the teaching of microeconomics, based fundamentally on the Mantel-Debreu-Sonnenschein theorem and its consequences. This theorem indicates the limits of neoclassical microeconomics, the need to incorporate

institutional elements in macroeconomic analysis, and mark distances concerning the structure of the so-called hard sciences.

JEL: D, P

Introducción

Generalmente, la enseñanza de la microeconomía se divide en dos etapas, en la primera se estudia al consumidor, representado por preferencias pretenciosamente calificadas de racionales, y a las firmas definidas como conjuntos de producción. El supuesto de que las preferencias se pueden representar como funciones de utilidad (al menos dos veces derivables) nos abre la posibilidad de usar la poderosa caja de herramientas del cálculo, y nos presenta el "caballo de batalla" de la economía neoclásica. Es decir, el agente maximizador, quien optimiza su utilidad sujeta a las restricciones que imponen precios e ingreso, y con esta función es posible la obtención de la demanda Walrasiana.

Sin notarlo, muchos estudiantes de economía se acostumbran a entender el problema fundamental de la economía como un problema de asignación eficiente de recursos escasos (véase Skidelsky 2009). Aprenden que no se puede afirmar, por ejemplo, que un incremento del precio de un bien siempre reduce su demanda por parte de un agente, debido al efecto ingreso que, sí es más fuerte que el efecto substitución, da origen a los fantasmagóricos bienes Giffen. En términos generales, sabemos que el producto escalar de los vectores de variaciones de precios y de consumo no necesariamente es menor que cero, es decir, no necesariamente van en direcciones opuestas. Además, luego de estudiar la ecuación de Slutzky, de la mano de las teóricamente útiles demandas Hicksianas, suele introducirse el concepto de equilibrio general. El cual genera el paso desde la micro a la macroeconomía y que representa la principal referencia para todo modelo macroeconómico que tenga las obligatorias, -al menos en las escuelas neo y nueva clásicas- bases microeconómicas. Es aquí donde el primer teorema del bienestar se presenta como la prueba matemática de la existencia de la mano invisible y la reivindicación irrefutable de las bondades supremas del libre mercado.

La segunda etapa resulta un poco más realista, ya que se abordan los supuestos que están detrás del -aparentemente simple- concepto de libre mercado y que, cuando no se cumplen,

impiden su aplicación. En este sentido están, por ejemplo, el carácter de precio aceptantes de los agentes económicos, en contraste con la presencia del poder de mercado de algunos agentes; o la existencia de las externalidades, efectos directos en las acciones de un agente sobre las ganancias o bienestar de otro. Así también, la asimetría de información, que origina fenómenos tales como la selección adversa o el llamado riesgo moral, que no solo pueden originar resultados ineficientes en un mercado, sino que pueden hacerlo -incluso- desaparecer.

En el presente artículo se argumenta que es necesario añadir una tercera etapa a la enseñanza de la microeconomía, basada fundamentalmente en el teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein y en sus consecuencias. Se argumenta que este teorema señala los límites de la microeconomía neoclásica, la necesidad de incorporar elementos institucionales en el análisis macroeconómico, y en marcar distancias respecto de la estructura de las llamadas ciencias duras.

El artículo está estructurado de la siguiente forma: en la primera sección describimos el enfoque microeconómico neoclásico hasta llegar al concepto de equilibrio. En la segunda sección analizamos el primer teorema del bienestar. En la tercera sección exponemos el teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein y reflexionamos sobre sus consecuencias para la teoría económica. Se expone este importante teorema desde un punto de vista intuitivo y gráfico, para evidenciar que es posible exponerlo a los estudiantes de pregrado. En la última sección se concluye.

Materiales y Métodos

Microeconomía 001

En esta sección analizamos el concepto de equilibrio walrasiano, especialmente su relación con conceptos matemáticos tales como infinito numerable y continuo, y, existencia versus construcción. Nos basamos en la descripción de equilibrio walrasiano de Mas-Colell et. al. (1995) a la que añadimos nuestras reflexiones.

Consideremos una economía que se desarrolla en un espacio de “L” bienes, entre los que puede estar los servicios del capital y del trabajo, está compuesta por un conjunto de agentes, los que representan por sus preferencias $\{\succcurlyeq_i : i = 1, \dots, I\}$, donde i representa el individuo, definidas sobre $X \subset R^L$y por sus asignaciones iniciales $\{e_i \in R^L : i = 1, \dots, I\}$. Las restricciones impuestas a estas preferencias, para -pretenciosamente- llamarlas “racionales” es que sean completas, es

decir, que el agente pueda manifestar su preferencia frente a cualquier par de elementos de X; y que sean transitivas, es decir, que para cualquier tríada de opciones $x, y, z \in X$ si se tiene que $x \succcurlyeq y$ y $y \succcurlyeq z$ entonces $x \succcurlyeq z$. La primera condición impone grandes requerimientos sobre la capacidad de procesamiento de información de los agentes, dada la cantidad de bienes que existen en un mercado; mientras que, la segunda condición es una de consistencia en las preferencias del agente.

Las empresas (j), están representadas por sus conjuntos de producción $\{Y_j \in R^L : j = 1, \dots, J\}$ donde los componentes menores que cero de $y_j \in Y_j$ representan que el bien es insumo, mientras valores mayores que cero son productos: Sobre estos conjuntos se supone que no hay "almuerzo gratis," es decir, que $Y_j \cap R^L_{++} = \emptyset$. Esta será una economía de propiedad privada, es decir que, la propiedad de cada empresa Y_j se divide entre los agentes, siendo que cada agente i uno posee una fracción θ_{ij} de la empresa j. Entonces, dado un vector de precios $P \in R^L_+$, el hogar recibe un total $\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P y_j$ de las ganancias de las empresas[1]. Por supuesto $\sum_{i=1}^{I} \theta_{ij} = 1$. El problema del agente i es encontrar x_i^*, su canasta de consumo óptimo dentro de sus restricciones presupuestarias, es decir $x_i^* \in X \; t.q. \; x_i^* \succcurlyeq_i x \; \forall x : xP \leq Pe_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P y_j$.

Mientras, las empresas deben maximizar sus ganancias, es decir, encontrar $y_j^* \; t.q. \; y_j^* P \geq y_j P \;\; \forall y_j \in Y_j$.

Entonces, la tripleta $\left\{P^*, \{y_j^* : j = 1, \dots, J\}, \{x_i^* : i = 1, \dots, I\}\right\}$ constituye un equilibrio walrasiano de esta economía de propiedad privada si se cumplen tres condiciones

1.- $\forall i = 1, .., I : x_i^* \in X \; t.q. \; x_i^* \succcurlyeq_i x \;\; \forall x : xP^* \leq P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$

2.- $\forall j = 1, .., J : y_j^* P^* \geq y_j P^* \;\; \forall y_j \in Y_j$

3.- $\sum_{j=1}^{J} y_j + \sum_{i=1}^{I} e_i = \sum_{i=1}^{I} x_i$

La última condición nos dice que la oferta debe ser igual a la demanda en cada uno de los "L" mercados. Este enfoque es, una extensión directa de un modelo de equilibrio de fuerzas en física. Dejemos el tema de la existencia para más adelante, y revisemos uno de los resultados cimeros

[1] Estamos siguiendo la convención de notar el producto escalar de la siguiente forma x producto punto P=xP

de este enfoque. Se trata de nada menos que la formalización matemática de una intuición ya planteada por Adam Smith que, en la expresión popularizada de su pensamiento, diría que –dado que existe una mano invisible- la búsqueda de su interés individual por parte de los agentes da como resultado el óptimo social.

La mano invisible.

Para empezar, debemos aclarar de qué óptimo se trata. Hemos visto ya que las preferencias y su asignación inicial son las que "definen" al agente en el enfoque neoclásico, y sabemos también que cuando estas preferencias pueden representarse en una función de utilidad[2], esta representación no es única, lo cual significa -como lo hizo notar Lionel Robins (1898-1994)- que las utilidades no son comparables entre individuos, en contradicción con lo que postulaba Bentham (el padre del utilitarismo), quien afirmaba que la utilidad de los individuos no solo que puede compararse, sino sumarse, de tal manera que un principio de optimalidad social era la maximización de la suma de las utilidades individuales: "Bentham estaba bastante seguro que el placer individual y el dolor podrían medirse objetivamente, y a su vez sumado para decidir el mejor curso de acción colectiva para esa colección de individuos llamados sociedad." (Keen 2011, p.41)

Volviendo a la mano invisible, ante la imposibilidad de comparar y, por tanto, de agregar funciones de utilidad, el economista italiano Wilfredo Pareto (1848-1923) -cuyo papel como inspirador ideológico del fascismo italiano es aún objeto de debate- propone lo que se conoce como el óptimo que lleva su nombre. Así, una asignación $\{\hat{x}_i : i = 1, \dots, I\}$ factible, es decir, tal que $\sum_{i=1}^{I} \hat{x}_i$ no sea mayor que los recursos disponibles, es Pareto mejor que otra asignación factible $\{x_i^* : i = 1, \dots, I\}$ si cumple que $\forall\, i \in \{1,2, \dots, I\} :\ \hat{x}_i \succcurlyeq_i x_i^*$, y además $\exists\, i \in \{1,2, \dots, I\} :\ \hat{x}_i \succ_i x_i^*$. En definitiva, la primera asignación será Pareto mejor que la segunda si nadie empeora y al menos un agente mejora estrictamente. Notemos que esta definición deja de lado completamente el concepto de equidad ya que, por ejemplo, si la segunda asignación mejora sustancialmente la condición de todos los agentes menos uno que pierde una infinitesimal parte de su ingreso, esta asignación no podrá ser catalogada como Pareto mejor que la primera.

[2] La condición suficiente, mas no necesaria, para que las preferencias se puedan representar en una función de utilidad, es que estas sean continuas.

Cuando una asignación no es susceptible de mejoras en el sentido de Pareto, se dice que es Pareto óptima.

La formalización de la "mano invisible" es el primer teorema fundamental del bienestar, que requiere una condición adicional débil sobre las preferencias, denominada "no satisfacción local," que dice que para toda canasta existe, a una distancia tan pequeña como queramos, otra canasta que es preferida a la primera. En lenguaje matemático: $\forall i \in \{1,2,\dots,I\} \forall x \in X \forall \varepsilon > 0 \exists \hat{x} \in X: \hat{x} \succ_i x, d(\hat{x}, x) < \varepsilon$.

El primer teorema fundamental del bienestar plantea que: En una economía de propiedad privada, donde las preferencias no muestran satisfacción local, el equilibrio walrasiano es Pareto óptimo. La demostración es simple, por lo que vale la pena revisar: primero notemos que si las preferencias cumplen la propiedad de "no satisfacción local" los agentes van a gastar todo su ingreso, en cualquier vector de precios, es decir $x_i^* P = P e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P y_j$. Esto significa que si hay una asignación factible, la cual denotaremos como $\{\hat{x}_i : i = 1, \dots, I\}$, y que es Pareto mejor que la resultante del equilibrio walrasiano, la cual denotaremos como $\{x_i^* : i = 1, \dots, I\}$. Entonces, existe al menos algún agente (h) está mejor en la primera asignación, es decir, $\hat{x}_h \succ_h x_h^*$, pero esto significa que $\hat{x}_h$ no está al alcance del presupuesto de este agente, a los precios de equilibrio P^*: $\hat{x}_h P^* > P^* e_h + \sum_{j=1}^{J} \theta_{hj} P^* y_j^*$. Esto es así, puesto que si $\hat{x}_h$ es preferido a x_h^*, y el primero fuera accesible al presupuesto del agente h, entonces el agente no hubiese elegido el segundo como su mejor opción. Por otro lado, para aquellos agentes que no empeoran en la asignación alternativa, se puede afirmar que $\hat{x}_i P^* \geq P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$ ya que si $\hat{x}_i P^* < P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$, significa que $\hat{x}_i$ está en el interior de conjunto presupuestario (el agente no gasta todo lo que tiene) y si además $\hat{x}_i \succcurlyeq_i x_i^*$, por virtud de la propiedad de no satisfacción local es siempre posible obtener una tercera canasta aún accesible al agente y estrictamente preferida para el agente, es decir, algo mejor que x_i^*que se supone es la mejor opción dada la restricción presupuestaria a la que debe sujetarse. Entonces, si sumamos lo que presupuestariamente supone la nueva asignación:

$$\hat{x}_h P^* > P^* e_h + \sum_{j=1}^{J} \theta_{hj} P^* y_j^*$$

$$\hat{x}_i P^* \geq P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$$

Vemos que la nueva asignación no es factible. Vale remarcar que este resultado se basa en algunos supuestos muy fuertes, como son:

- Los agentes son precio-aceptantes, supuesto presente al momento de modelar el proceso de maximización tanto de productores como consumidores con los precios fijos. No se considera, por tanto, el caso más realista de la existencia de poder de mercado.
- Todo lo que afecte la producción o el bienestar de los consumidores está considerado en el vector de bienes, que tienen un precio establecido por el respectivo mercado. Se dice, entonces, que los mercados son completos y, además, que no hay externalidades ni positivas ni negativas. Es decir, ninguna actividad de un agente afecta directamente, sin mediación del mercado, a otro agente. Es un supuesto fuerte que, si falla, en teoría puede remediarse mediante la asignación de derechos de propiedad (teorema de Coase) que a su vez, en la realidad requeriría derechos de propiedad claramente definidos y un sistema de supervisión y sanciones omniscientes de cero costos.
- Si los agentes pagan por un bien, ya sea como insumo o para consumo, es eso lo que obtienen. No hay riesgo ni incertidumbre. Tampoco es posible que uno de los agentes sepa más que el otro sobre el bien transado o el servicio prestado: la información es simétrica. No hay, por tanto, selección adversa, riesgo moral ni acciones escondidas. Si pensamos en la empresa y su proceso productivo, cada uno de los agentes observa las acciones y cualidades de los otros. No es posible que el empleador desconozca el esfuerzo que hace el empleado, o que el dueño de la empresa no sepa lo que hace el gerente que contrató.

Todos estos supuestos son muy relevantes en la práctica. George Akelof, Joseph Stiglitz, Michel Spence, y toda una generación de economistas han estudiado las consecuencias que tiene sobre una economía, y en especial sobre el bienestar, el incumplimiento de este tipo de supuestos. El resultado general de este tipo de investigaciones es que el equilibrio de mercado en una economía donde no se cumple al menos uno de estos supuestos no será óptimo de Pareto. Así, en una economía donde hay monopolios, los precios serán mayores y las cantidades producidas

menores a lo que se obtendría en una economía competitiva, originando “peso muerto” en la economía, es decir, pérdidas de bienestar en algunos agentes que no son transferidas como ganancia a ningún otro agente. Si lo que tenemos es asimetría de información, el listado de resultados perversos incluye selección adversa, en donde la información privada de algunos agentes hace posible que solamente aquellos con las peores características sobrevivan en el mercado, lo cual puede hacer incluso que este desaparezca. En una economía con externalidades negativas, contaminación ambiental, por ejemplo, esta se producirá en niveles superiores al óptimo de Pareto.

Ciertamente, la consideración de los factores listados en la modelización de la economía le ha dotado de mayor realismo y, a la vez, ha mantenido viva la discusión sobre la intervención del estado. Si bien es claro que es necesario tener instituciones que garanticen los derechos de propiedad y el cumplimiento de contratos voluntarios entre privados, la mera existencia de un ente que tenga semejantes capacidades genera, a su vez, otras preguntas. Un estado con poder suficiente para imponerse por la fuerza sobre los ciudadanos puede también usar esa fuerza en beneficio de quienes lo controlan o han cooptado. “¿Quis custodiet ipsos custodes?” resumiría el poeta latino Juvenal. El análisis de este tipo de problemas no podrá hacerse sino reconociendo que nuestro objeto de estudio es el sistema social, que integra al menos lo económico y lo político (véase Pérez-Oviedo, 2015). De hecho, sin considerar la distribución del poder político en una sociedad, el segundo teorema fundamental del bienestar no es más que una curiosidad académica. Este teorema establece que (añadiendo condiciones de convexidad para preferencias y conjuntos de producción) para cualquier asignación Pareto óptima (factible, llamémosla asignación objetivo) se puede encontrar un conjunto de transferencias lump-sum entre los agentes, de tal manera que (una vez hechas las transferencias) y hechas las transacciones en un mercado competitivo, el resultado será un vector de precios y la asignación Pareto óptima objetivo, como equilibrio walrasiano. Este teorema se considera el recíproco del primer teorema fundamental, ya que nos permite garantizar, cumplidas las condiciones adicionales de convexidad, que cualquier equilibrio walrasiano es un óptimo de Pareto y que, con las adecuadas transferencias entre agentes, cualquier óptimo de Pareto puede ser un equilibrio walrasiano. El problema fundamental de tales transferencias no es que luego de que el mercado haga su trabajo

el resultado sea un óptimo de Pareto, bajo los supuestos fuertes que hemos listado; el problema de tales transferencias es político.

El equilibrio walrasiano.

En todo caso, la propuesta de equilibrio walrasiano impuso una profunda marca en el desarrollo de la economía como disciplina. En las palabras de Schumpeter, citado en (Kirman, 2010), "En lo que respecta a la teoría pura, Walras es, en mi opinión, el más grande de todos los economistas. Este sistema de equilibrio económico, que une, como lo hace, la cualidad de la creatividad «revolucionaria» con la calidad de la síntesis clásica, es el único trabajo de un economista que podrá compararse con los logros de la física teórica."

Las condiciones suficientes para la existencia del equilibrio fueron establecidas, fundamentalmente, por Arrow y Debreu (1954) y McKensy (1956) basando su aproximación en la teoría de conjuntos, la axiomatización y la formalización desde una perspectiva de la escuela Bourbaky. El teorema de existencia requerirá algunos supuestos un poco más fuertes que hasta aquí hemos hecho, y son: (i) Convexidad de las preferencias y de los conjuntos de producción; supuesto que parece inocuo, pero que saca de juego preferencias que se auto-refuerzan, como adicciones o restricciones de tipo cultural o religioso como la prohibición de consumir ciertos alimentos; en el ámbito productivo esto significa que no se consideran, por ejemplo, ganancias de escala, "learning by doing," o incluso costos fijos. De hecho, para asegurarnos que las funciones de demanda y la de oferta sean tales, es decir, funciones, será más fácil asumir que la convexidad de ambas es estricta. (ii) Que las preferencias son fuertemente monótonas, es decir, que el agente estará estrictamente mejor si se incrementa su consumo en tan solo uno de los bienes; esto evita que, ante una oferta total limitada -en el caso extremo- por la cantidad finita de recursos físicos en el universo, el precio de un bien pueda ser cero ya que, en este caso y suponiendo que el agente mejora estrictamente consumiendo algo más de cualquier bien, su demanda sería infinita (iii) Que el conjunto X, el conjunto de todas las canastas factibles, y que el conjunto de producción sean cerrados. Generalizaciones de los teoremas de Arrow, Drebreu y McKensy, para incluir excepciones a estas condiciones, han sido desarrollados (Majumdar, 2009).

El teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein.

Aquí nos interesa ofrecer una visión intuitiva del teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein y analizar su significado, por lo que empezamos definiendo la función de exceso de demanda:

$$z(P) = \sum_{i=1}^{I} \quad x_i\left(Pe_i + \sum_{j=1}^{J} \quad \theta_{ij}Py_j, P\right) - \sum_{j=1}^{J} \quad y_j(P) - \sum_{i=1}^{I} \quad e_i$$

Bajo los supuestos mencionados, es posible probar, véase Mas-Colell et. al. (1995), que esta función es continua, homogénea de grado cero, es decir que, si escalamos los precios el resultado en z es el mismo: $z(\alpha P) = z(P)\ \forall \alpha > 0$ y que cumple la Ley de Walras ($z(P)P = 0$). Esto último, es consecuencia de que cada agente gastará todos sus ingresos, lo cual es cierto porque no existe un punto de satisfacción local. Entonces, si hay L mercados (y bienes y precios) la función de exceso de demanda puede ser expresada en función de L-1 precios, por lo que definimos $Z_1: R^{L-1} \rightarrow R^{L-1}$ Es claro que las raíces de la función de exceso de demanda constituyen los equilibrios walrasianos. Para tener una intuición de lo que sucede con esta función, veamos la figura 1:

Fuente: (Mas-Colell, et. al. 1995)

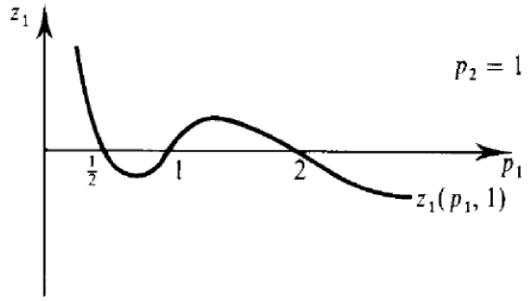

Figura 1. Muchos equilibrios

En el ejemplo de la figura tenemos dos bienes, en virtud de la ley de Walras será suficiente encontrar el equilibrio en uno de ellos, por lo que fijamos el precio del bien 2 en 1, lo cual lo convierte en el numerario. Se puede probar (Arrow y Debreu 1954) que cuando el precio de un bien se acerca a cero, su demanda tiende al infinito (la forma fácil de obtener este efecto es, como hemos dicho, asumir preferencias estrictamente monótonas) y, por lo tanto, el exceso de demanda también, y que cuando el precio tiende a crecer la demanda del bien disminuye

mientras su oferta crece, haciendo que el exceso de demanda sea negativo. Siendo así, y puesto que la función z(P) es continua, el equilibrio existe. El problema es que no necesariamente es único.

El mundo ideal sería uno en el que el equilibrio general de una economía existe y es único. Esto haría que, por ejemplo, no tengamos que preocuparnos de la dinámica de los mercados, pues si el equilibrio existe y es único tendría un poco más de sentido suponer que la economía se moverá hacia ese equilibrio, y punto. Como extremo, nos preocuparía la velocidad de la convergencia, pero no más. Si estamos haciendo estática comparativa (si, por ejemplo, esperamos un choque exógeno en la economía y la curva z(P) se desplaza, originando una nueva curva de exceso de demanda y por tanto un nuevo equilibrio). Una situación como esta, no necesariamente nos garantiza que podemos ignorar la dinámica que llevaría a la economía hacia ese hipotético equilibrio único, pero, al menos, tendría más sentido que en una situación de múltiples equilibrios pues, en ese caso, ¿Cómo saber hacia cuál de esos equilibrios se desplazaría la economía? De hecho, en teoría no hay nada que prohíba que la función de exceso de demanda se comporte tal como consta en la figura 2, es decir, con un infinito continuo de equilibrios.

Fuente: Mas-Colell, et. al., (1995)

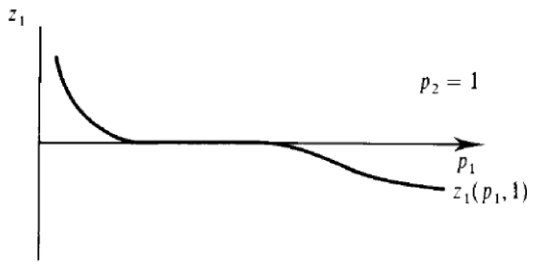

Figura 2. Un continuo de equilibrios

Afortunadamente Debreu (1970) nos libró, al menos, de esa posibilidad. El razonamiento se puede entender intuitivamente desde la figura 2, ya que podemos ver que en la zona en que la función tendría un continuo de equilibrios la función sería constante y, por tanto, su derivada sería cero. Una primera forma de evitar este indeseable escenario es pedir que cuando un vector de precios es un equilibrio, la derivada de la función no sea nula. Por supuesto, cuando el número

de bienes (y mercados y precios) es mayor que dos, la derivada es una matriz de dimensiones $(L-1)x\ (L-1)$que, para cumplir nuestra condición, no debería ser singular, es decir, el rango de $\left[\frac{\partial Z_i}{\partial P_j}; i,j = 1 \dots L-1\right]$ debe ser L-1. Cuando esta condición se cumple, decimos que la economía es regular. La figura también nos da otra pista: un pequeñísimo desplazamiento horizontal de la figura haría desaparecer el continuo de equilibrios; dicho de otra forma, debe presentarse una coincidencia extrema para que el continuo de equilibrios exista. Este desplazamiento podría deberse, por ejemplo, a una pequeña modificación en las asignaciones iniciales de los agentes. Si las posibles asignaciones iniciales de los agentes es un conjunto continuo, un subconjunto conexo de R^I por ejemplo, entonces la coincidencia extrema que se requiere para la anomalía que nos ocupa sucede en un conjunto discreto de puntos que, en el conjunto continuo de posibilidades, tiene una medida de Lebesgue igual a cero. Eso es precisamente lo que demostró Debreu en 1970, afirmando que las economías son regulares en casi todas partes. Sin embargo, eso no evita casos igualmente preocupantes a la hora de definir medidas de política económica como, por ejemplo, que se tenga miles de equilibrios. ¿Cómo hacer la estática comparativa?

El teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein que vuelve la teoría microeconómica un *torus* perfecto, cerrado en sí mismo como un anillo, y algunos dirán igualmente de inútil más allá de lo simbólico. Si suponemos una economía con agentes con preferencias racionales, continuas, convexas y con tecnologías (conjuntos de producción) también convexos, sabemos que la función de exceso de demanda será continua, homogénea de grado 0 y cumple con la Ley de Walras. En la búsqueda de más propiedades, por ejemplo, quisiéramos que el vector de variación de precios y variación de demanda se muevan en direcciones contrarias (que su producto escalar sean menor que cero), los teóricos de la microeconomía llegaron a la conclusión de que más propiedades para Z no se iban a encontrar en base a supuestos tan generales. Es más, si definimos una función que cumpla con estas propiedades, existirá una economía que (cumpliendo los supuestos dichos) dará origen a esa función de exceso de demanda. Es lo que se conoce como "cualquier cosa pasa" (anything goes), aquello que cumple las pocas propiedades dichas, puede pasar.

Citando de manera general el teorema en su expresión, en una de las proposiciones de Mas-Colell et. al.(1995), la proposición 17.E.3:

Supongamos que $Z(.)$ es una función continúa definida en $P_\varepsilon = \left\{P \epsilon R_+^L : \frac{P_l}{P_{l'}} \geq \varepsilon \, ; l, l' = 1 \dots L\right\}$, donde $\varepsilon > 0$, que toma valores en R^L. Si $Z(.)$ es homogénea de grado cero y satisface la ley de Walras. Entonces, existe una economía de "L" consumidores cuya función de exceso de demanda coincide con $Z(.)$ en el dominio P_ε. ¿Cuáles son las consecuencias de este teorema?

La discusión sobre las consecuencias de este teorema aún sigue. Al parecer hay consenso en que la teoría del equilibrio general no ofrece un conjunto rico y relevante de predicciones, llevando a algunos (por ejemplo, Alan Kirman) a dudar del valor mismo de una teoría que no ofrece predicciones falsables, pues es consistente con casi cualquier conjunto de datos. Tal vez la frase más colorida en este tema es la de Bliss, citado en Rizvi (2006), que vale leer en su lengua original: "The near emptiness of general equilibrium theory is a theorem of the theory." (la casi vacuidad de la teoría del equilibrio general es un teorema de la teoría.) Por supuesto, estos y otros autores críticos se están refiriendo al nivel agregado, en donde el supuesto de racionalidad individual prácticamente no tiene consecuencias, ya que a nivel individual ciertamente no es el caso.

Quien tenía clara la importancia que para la teoría económica tiene la existencia y unicidad del equilibrio es Shumpeter:

> La primera y principal tarea del análisis económico es explorar las propiedades de ese sistema [...] Lo que queremos aprender antes que nada es si las relaciones que se sabe que subsisten entre los elementos del sistema son, junto con los datos, suficientes para determinar estos elementos, precios y cantidades, de forma única. Porque nuestro sistema es lógicamente autónomo solo si este es el caso: podemos estar seguros de que entendemos la naturaleza de los fenómenos económicos sólo si es posible deducir precios y cantidades a partir de los datos por medio de esas relaciones y demostrar que ningún otro conjunto de precios y cantidades físicas es compatible tanto con los datos como con las relaciones. La prueba de que esto es así es la carta magna de la teoría económica como ciencia autónoma, que asegura que su tema es un cosmos y no un caos. (Schumpeter, 1954):

Esta profunda meditación de Shcumpeter se convierte en una lápida a la luz del teorema SMD. Si bien las características de los equilibrios han sido estudiadas a profundidad, se diría incluso hasta agotar el tema, el proceso por el cual se llega a un equilibrio está prácticamente inexplorado: "Sucede que la teoría del equilibrio general es muy débil en cuanto a los procesos

de formación de precios que pueden llevar a resultados walrasianos." (Levin 2006, p.28). El proceso de "tatonnement" evolucionó hacia el concepto de "subastador walrasiano" (sobre el cual hay controversia respecto a si fue propuesto implícitamente por el mismo Walras) quien anuncia un vector de precios, recoge las ofertas y demandas de cada hogar y empresa, modifica el vector de precios si los mercados no están en equilibrio, hasta que se encuentra un vector de precios que limpia los mercados y, sólo entonces, pueden darse las transacciones. Esta propuesta, en verdad no añade nada al entendimiento de la dinámica que supuestamente debe llevar al equilibrio. No solo que el tal subastador no existe; además, nada asegura que, ante un vector de precios anunciados, los agentes expresen su verdadera demanda u oferta. Adicionalmente, en la realidad, si se dan transacciones aunque el vector de precios no sea el de equilibrio, lo cual podría significar que la riqueza y asignaciones iniciales de los agentes se van transformando a medida que el proceso llega (si llega) a un vector de precios de equilibrio, por lo que este hipotético resultado final sería dependiente del camino, es decir, diferentes procedimientos de búsqueda del equilibrio llevaría a diferentes equilibrios, ya que la riqueza de los agentes cambiaría según el procedimiento seguido. Sin embargo, el subastador walrasiano no da lugar para dinámica en desequilibrio, pero "Sin embargo, no sólo se lleva a cabo el comercio fuera de equilibrio, es precisamente porque esto sucede que la información se transmite a los precios." (Kirman 2010, pg.17). Por último, se ha demostrado que puede haber procedimientos que, en lugar de converger, generan ciclos de precios. Estas son dificultades que seguramente se resolverán incorporando elementos institucionales que, en la realidad, hacen posible que los mercados funcionen:

> "Si los economistas conciben con éxito un modelo de equilibrio general correcto, incluso si se puede demostrar que posee una solución de equilibrio, si carece del respaldo institucional para lograr una solución de equilibrio, entonces la solución de equilibrio no equivaldrá a más que un estado de cosas utópicos que no guardan relación alguna con la economía real." (Morishima 1984, pg.234)

Para ser justos, debemos mencionar que existe un debate sobre la concepción que Walras tenía sobre la dinámica económica y el concepto de equilibrio. Así, Kirman afirma:

> "Él [Walras] a menudo habla de cómo los precios se ajustan al equilibrio a través de las acciones de los individuos y, además, argumenta que los precios nunca convergerán, ya que siempre habrá cambios y choques en el sistema, lo que significa que se está ajustando continuamente. Por

> ejemplo, hizo la observación bien conocida, en los "Elementos" que el mercado es: "como un lago agitado por el viento, en el que el agua busca continuamente su equilibrio sin alcanzarlo nunca." (Kirman 2010, pg.8)

La conclusión de Kirman deja a salvo la teorización de Walras sobre el proceso por el cual la economía alcanza el equilibrio:

> "Creo, en particular, que la tendencia moderna a referirse al subastador walrasiano es una ficción conveniente para explicar la convergencia a los precios de mercado, en lugar de una descripción de lo que el propio Walras tenía en mente cuando describió el proceso de tatonnement." (Kirman 2010, pg.11)

Al parecer, Walras ni siquiera concebía el libre mercado como agentes tomadores de precios, sino como multitud de agentes que cambian sus precios y cantidades ofertadas en busca de la mejor combinación posible teniendo en la mira obtener las mayores ganancias posibles, pero siendo cada uno tan pequeño que sus acciones no afectan por sí solas el agregado macroeconómico. Si bien uno de los mayores méritos del modelo walrasiano (estático) de una economía es que es muy parsimonioso en cuanto a información, ya que requiere apenas $\mathrm{I}^*(L-1)$ datos, es necesario notar, una vez más, que esto no hace referencia a un proceso de convergencia sino al hipotético estado de equilibrio: el proceso de convergencia requiere de mayores cantidades de información.

En cuanto a futuros desarrollos, uno de los enfoques más interesantes es el de Kirman, citado en Rizvi (2006), quien plantea que el objetivo debería ser "teorizar en términos de grupos que tienen colectivamente coherencia en su comportamiento." Se trata, entonces, de entender que el comportamiento individual y agregado en una economía no es independiente de la estructura social, es decir, la forma en que los individuos están clasificados, jerarquizados, se comunican entre sí, son capaces o no de desarrollar acción colectiva, etc., sin duda ofrece un marco dentro del cual pueden aparecer regularidades en lo económico.

Discusión y Resultados

Las consecuencias del teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein son profundas. No sólo cuestionan el poder predictivo de la teoría neoclásica que parte de supuestos muy generales

sobre los agentes económicos, sino que también delata la débil conexión entre aquellas bases microeconómicas y la modelización macroeconómica en esa teoría. Algunos, equivocadamente, argumentan que este teorema invalida el uso de los modelos de equilibrio general computable. Este tipo de modelos, si se los aplica bien, permitirían explorar si existe una razonable unicidad del equilibrio para una economía particular en un tiempo específico, que estaría reflejada justamente en los valores numéricos de parámetros y variables que se requieren para implementar un modelo computable. Es decir, se podría verificar, si es el caso, si los probables equilibrios múltiples, menos unos pocos, se encuentran razonablemente lejos del equilibrio original como para suponer que la economía no evolucionaría hacia ellos y, por tanto, es posible hacer estática comparativa.

En general, este teorema debe entenderse como la necesidad de incorporar mecanismos institucionales en los modelos, que den cuenta de cómo la información se difunde, se generan expectativas compartidas y se procesa la nueva información para llegar hasta un eventual equilibrio. La estructura axiomática actual de la microeconomía ha exagerado en su pretensión de generalidad, posiblemente queriendo emular la estructura de las ciencias duras, como la física que, con un mismo modelo, idéntico en la fórmula y distinto solo en las constantes, logra modelar la atracción entre dos masas, dos cargas eléctricas o dos polos magnéticos opuestos, con una validez -hasta donde se sabe- universal. La madurez de las ciencias sociales se expresa, entre otras cosas, en la definición de sus propios parámetros y estándares de lo que debe entenderse como científico.

Bibliografía

Arrow, K, y Debreu G. (1954). “Existence of equilibrium for a competitive economy” Econometrica 22: 265-290

Levin, Jonathan. 2006. “General Equilibrium.”

Keen, Steve. 2011. Debunking Economics : The Naked Emperor Dethroned? http://93.174.95.29/_ads/39777D88E38E23328CE724EE953026D6.

Kirman, Alan. 2010. “Walras’ Unfortunate Legacy.” Groupement de Recherche en Economie Quantitative Working paper, 2010–58. Marsella.

Majumdar, Majul (2009)"Equilibrium, Welfare and Uncertainty: Beyond Arrow-Debreu", Routledge.

Mas-Collel, A. ,M. Whinston and J. Green. Microeconomic Theory, Oxford University Press, 1995.

McKensy, L. (1959) “On the existence of general equilibrium for a competive market” Econometrica 27: 54-71

Morishima M (1984) 'The Good and Bad Uses of Mathematics', in P. Wiles and G. Routh (eds.), Economics in Disarray, Oxford, Basil Blackwell

Rizvi, S. a. T. (2006). The Sonnenschein-Mantel-Debreu Results after Thirty Years. History of Political Economy, 38(Suppl 1), 228–245. https://doi.org/10.1215/00182702-2005-024

Schumpeter, Joseph. 1954. History of Economic Analysis.

Skidelsky,Robert. 2009. Keynes: The Return of the Master (London: Allen Lane)