



La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario

Superficiality in the teaching of trigonometry in high school and its impact on the learning of calculus at university level

DOI: 10.5281/zenodo.6812219

Carlos Aray Andrade ¹	0000-0002-0210-3877
Yandri Guerrero Alcívar ²	0000-0002-9084-0120
Luis Montenegro Palma ³	0000-0003-1998-1390
Segundo Navarrete Ampuero ⁴	0000-0001-6578-4123

¹ Universidad Técnica de Manabí. E-mail. caray@utm.edu.ec

² Universidad Técnica de Manabí. E-mail. yguerrero@utm.edu.ec

³ Universidad Técnica de Manabí. E-mail. luisheriberto2271@utm.edu.ec

⁴ Universidad Técnica de Manabí. E-mail. snavarrete@utm.edu.ec

Recepción: 15 de enero de 2020 / Aceptación: 22 de abril de 2020/ Publicación: 1 de mayo de 2020

Citación/como citar este artículo: Aray, C., Guerrero, Y., Montenegro, L. y Navarrete, S. (2020). La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. *Rehuso*, 5(2), 68-76. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6812219>



Resumen

La trigonometría es una rama importante de las matemáticas. Su riqueza, producto de la estrecha relación con otros dominios matemáticos, las ciencias naturales y la vida cotidiana, abarca varias dimensiones. En este contexto, el propósito de este artículo es presentar los resultados obtenidos de la investigación realizada en la Universidad Técnica de Manabí a alumnos para conocer su percepción sobre las dificultades encontradas en el aprendizaje del cálculo en todos sus niveles (una y varias variables) debido al poco conocimiento de la trigonometría plana y esférica en el nivel secundario. Los resultados muestran que la superficialidad de enseñanza de la trigonometría en la educación secundaria ha provocado un vacío en el conocimiento holístico de la matemática, lo cual dificulta la enseñanza de materias como cálculo de una variable, cálculo de varias variables, ecuaciones diferenciales, álgebra lineal, geometría descriptiva, física, estática y topografía. La destreza para la resolución de identidades trigonométricas desarrolla un coherente razonamiento deductivo y al existir este déficit en el nivel medio este tipo de habilidades y destrezas no adquiridas dificultan la resolución de ejercicios y problemas de cálculo en el ámbito educativo superior.

Palabras clave: trigonometría; ciencias; resultados; destreza; conocimiento.

Abstract

Trigonometry is an important branch of mathematics. Its richness, a product of the close relationship with other mathematical domains, the natural sciences and everyday life, encompasses several dimensions. In this context, the purpose of this article is to present the results obtained from the research carried out at the Technical University of Manabí to students to know their perception of the difficulties encountered in learning calculus at all levels (one and several variables) due to poor knowledge of flat and spherical trigonometry at the secondary level. The results show that the superficiality of teaching trigonometry in secondary education has caused a vacuum in the holistic knowledge of mathematics, which makes it difficult to teach subjects such as calculation of a variable, calculation of several variables, differential equations, linear algebra, descriptive geometry, physics, static and topography. The dexterity for the resolution of trigonometric identities develops a coherent deductive reasoning and because there exists this deficit in the average level this type of skills and not acquired skills make it difficult to solve exercises and calculation problems in the field higher education.

Keywords: trigonometry; sciences; results; dexterity; knowledge.

Introducción

La trigonometría es una de las ramas de las matemáticas que tiende a quedarse en el olvido debido a que se subestima la radical importancia que tiene en la formación de los estudiantes. Principalmente, en el ámbito del Bachillerato esta disciplina debe tener fundamentos bien arraigados si se pretende que los futuros universitarios no tengan problemas en el desarrollo de competencias tan elementales como el aprendizaje del cálculo.

En este sentido, la presente investigación pretende dotar de sentido la enseñanza de la trigonometría e indagar en cómo sus carencias en los jóvenes pueden resultar nefastas en el proceso de enseñanza. Partimos del hecho de que la trigonometría es una materia un tanto árida para muchos alumnos cuando se sigue una clase con una dinámica tradicional: el maestro quiere explicar todo en el pizarrón. También compartimos el problema de que casi cualquier tema de matemáticas es difícil de aprender por parte de los estudiantes. Según Montalvo (2012), la historia de la trigonometría nos muestra que tiene un origen en una necesidad teórica o práctica, estudiar el movimiento de las estrellas, los navegantes antiguos se guiaban por las estrellas. Para unos es “teórico”, pero para los navegantes los conocimientos astronómicos y su herramienta (la trigonometría) resultan esenciales para navegar, así para ellos era un asunto esencial para “llegar a buen puerto”.

En concreto se requiere especificar en este estudio de qué forma se puede ayudar a los alumnos de Bachillerato a comprender mejor los elementos esenciales de la trigonometría. Es decir, que no sólo repitan de memoria las definiciones, pero que no pueden resolver problemas con enunciado. Debemos observar que con mucha frecuencia los libros de texto, son parte del problema, no de la solución al plantear situaciones poco accesibles a los alumnos (medir un río, hallar la altura de un acantilado, calcular la altura de un faro visto desde un barco. Algunos profesores indican que esto se debe a que los alumnos no saben leer y se olvida que los ejercicios tipo problemas que se ubican a los estudiantes deben ser significativos para ellos para que se muestren más interesados en esta disciplina. En este sentido, el presente estudio realiza un estudio empírico con 180 estudiantes que cursan el primer semestre en el Instituto de Ciencias Básicas de la Universidad Técnica de Manabí.

Por ello, esta investigación pretende fomentar el pensamiento crítico para que los estudiantes tengan la posibilidad de comprender el alcance y las limitaciones que puede tener un determinado concepto, pero también los procesos de abstracción que se ponen en juego en procura de generalizar el concepto o alguna de sus propiedades.

Metodología

Este trabajo se desarrolló bajo la lógica de un estudio descriptivo con empleo del método de análisis documental basado en la revisión de diversos tipos de artículos y textos que poseen un argumento sólido sobre la temática abordada. Como aspecto complementario se realizó una encuesta a estudiantes de cálculo de una y varias variables (análisis matemático uno y dos) de la Universidad Técnica de Manabí y quienes brindan su perspectiva sobre los problemas que

tuvieron que enfrentar en el estudio del cálculo debido a la falta del estudio de la trigonometría en el nivel medio.

Resultados

En este apartado se definieron las estrategias metodológicas que los estudiantes encuestados reciben para razonar matemáticamente, poniendo especial atención a la cadena de silogismos que conllevan al razonamiento deductivo; es decir, trabajar sobre situaciones que pongan en juego la demostración matemática y que se comprenda la diferencia con otros tipos de razonamientos. La encuesta aplicada a 180 estudiantes del Instituto de Ciencias Básicas de la Universidad Técnica de Manabí pretendió conocer la forma en que los procesos de matematización se están llevando a cabo y determinar así las diferentes herramientas que posibilitan una mejor comprensión del problema planteado para reconocer sus alcances y limitaciones, desarrollando la capacidad de usarlas reflexivamente.

El aprendizaje de la trigonometría

Lo primero que se les consultó a los alumnos fue lo más relevante que han aprendido con esta rama de la matemática.

Tabla 1. ¿Cuál ha sido el conocimiento más significativo que ha obtenido de la enseñanza de la trigonometría en el Bachillerato?

Aspectos	Estudiantes	Porcentaje
Estudio de cálculos	55	31%
Estudio de las razones trigonométricas: seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante	28	15%
Estudio de las esferas en la geometría del espacio.	25	14%
Nada me pareció significativo porque no aprendí lo suficiente	72	40%
Total	180	100%

Fuente: elaboración propia

Los 180 estudiantes consultados para esta investigación poseen opiniones divididas en torno a la pregunta planteada. Un 31% señala que el conocimiento más significativo fue el estudio de cálculos; un 15% expresa en cambio que es el estudio de las razones trigonométricas: seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante; mientras que un 40% sostiene que nada le ha parecido significativo. Finalmente, el grupo encuestado señaló en un 14% el ítem acerca del estudio de las esferas en la geometría del espacio.

Sobre el accionar docente

Lo siguiente que se les consultó a los estudiantes fue el modo en que el docente promueve el aprendizaje de la trigonometría.

Tabla 2. ¿De qué forma el profesor propone el aprendizaje de la trigonometría?

Aspectos	Estudiantes	Porcentaje
De forma tradicional, usando elementos abstractos	18	10%

Proporciona elementos de contexto en ejercicios propuestos	102	57%
Brinda múltiples opciones de respuesta	36	20%
Procura obtener reflexión en el ámbito académico	24	13%
Total	180	100%

Fuente: elaboración propia

El solo planteamiento de un problema matemático puede traer consigo un resultado exitoso o también puede ser un rotundo fracaso. La cuestión radica en cómo se exponga el problema a resolver. A este respecto, los estudiantes consultados señalaron en un 10% que el profesor propone la solución de un problema de forma tradicional, usando elementos abstractos; mientras que la gran mayoría, un 57%, mencionó que el docente proporciona elementos de contexto en ejercicios propuestos. Por otro lado, un 20% sostuvo que el docente trata de brindar múltiples opciones de respuesta. Por último, un 13% aseguró que el maestro procura en todos los casos obtener la reflexión en el entorno académico de las clases.

La contestación a esta pregunta es revela la forma en que los alumnos consultados asumen los planteamientos de problemas matemáticos por parte de sus docentes en las diversas asignaturas que reciben. Es destacable en este escenario que la mayoría de profesores proponga elementos contextuales o situacionales para solventar los ejercicios propuestos.

Sobre el proceso empleado

Lo siguiente que se les consultó a los estudiantes estuvo vinculado con la valoración que los alumnos tienen sobre la metodología aplicada por el docente.

Tabla 3. ¿Cree usted que la enseñanza de sus profesores fue la adecuada para el aprendizaje de la trigonometría?

Aspectos	Estudiantes	Porcentaje
Siempre	28	16%
Casi siempre	4	2%
A veces	22	12%
Nunca	126	70%
Total	180	100%

Fuente: elaboración propia

La siguiente pregunta de la encuesta da cuenta de la forma en que los estudiantes valoran la metodología aplicada por sus docentes para la enseñanza de esta rama de la matemática.

Según los resultados de esta interrogante, un 16% asegura que siempre y en todo momento los profesores tuvieron una buena metodología de enseñanza de la trigonometría; una gran mayoría, es decir un 70% sostiene que nunca emplearon una buen proceso de aprendizaje; la opción a veces tuvo un nivel de preferencia del 12%; y el ítem casi siempre apenas un 2%. Las respuestas son un claro indicio de que el profesor es una guía clave y esencial para lograr que la enseñanza de la trigonometría sea una estrategia para la comprensión de la realidad y la gestión del desarrollo argumentativo en los estudiantes.

Sobre las estrategias empleadas

Lo siguiente que se les consultó a los estudiantes fueron las estrategias empleadas por sus docentes en el proceso de matematización.

Tabla 4. ¿Qué estrategias son empleadas por sus docentes para profundizar en el proceso de enseñanza de la trigonometría?

Aspectos	Estudiantes	Porcentaje
Ejercicios relacionados con problemas cotidianos	82	45%
Guía premeditada del profesor	30	17%
Actividades en grupos de trabajo	24	13%
Aplicación de las matemáticas en diferentes contextos	44	25%
Total	180	100%

Fuente: elaboración propia

Esta pregunta pretendió determinar las estrategias empleadas por los profesores para profundizar en el proceso de enseñanza de la trigonometría. Al respecto, un 45% de los estudiantes manifestó que sus docentes realizan proponen ejercicios relacionados con problemas cotidianos; 17% señaló que en todo momento existe una guía premeditada por el docente; un 13%, en cambio, aseguró que una de las estrategias empleadas son las actividades en grupos de trabajo; por último, un 25% sostuvo que existe la aplicación de las matemáticas en diferentes contextos.

Es evidente que las estrategias pedagógicas o didácticas sobre los procesos de la enseñanza de la trigonometría son variadas en el contexto académico. Las opciones seleccionadas por el grupo encuestado se encuentran vinculadas con actividades propuestas en el ámbito del aula de clases. Es destacable que la elaboración de ejercicios basados en problemas cotidianos y la contextualización de situaciones hayan sido las respuestas de mayor preferencia.

Discusión

Importancia de la enseñanza de la trigonometría

La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato propicia una serie incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. Por ello, según diversos abordajes teóricos, como el de Araya *et al.* (2007) y Suárez *et al.* (2017), por ejemplo, argumentan que la prioridad de los docentes deben ser una enseñanza integral en esta área de las matemáticas, pues lo que se requiere es que se incrementen los niveles de comprensión de quienes culminan sus estudios secundarios y estén mejor preparados para afrontar el mundo universitario.

Autores como Cantoral *et al.* (2015) señalan que uno de los aspectos fundamentales en la enseñanza de la trigonometría reside en la utilización en simultáneo de objetos, conceptos, procesos y prácticas. Por ello asegura que “la pluralidad de prácticas de referencia, su interacción con diversos contextos y la propia evolución de la vida del individuo o grupo, resignificarán los saberes hasta el momento construidos, enriqueciéndolos con nuevos significados” (p. 15).

Otro de los modos para dinamizar la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato ha sido en la práctica para que el alumno atienda en contextos más cercanos a su realidad. En este sentido, León (2017) manifiesta que entre las distintas perspectivas que se pueden manejar en este proceso educativo puede confluír también el literario, porque influyen en el ámbito social de los estudiantes y porque aprender trigonometría con novelas o cuentos puede ser una alternativa válida para los estudiantes.

Según González *et al.* (2017), los procesos formativos matemáticos deben ser asumidos con más seriedad en el bachillerato. Asegura que “en la enseñanza tradicional de la Trigonometría, las figuras dibujadas por el maestro en la pizarra, además de ser estáticas y rígidas, pueden ser muy diferentes de aquello que él quiere representar” (p. 401). Por ello, sugiere el empleo de diversos softwares y programas informáticos como el GeoGebra que posee características semejantes a un simulador con el cual el alumno puede, desde una construcción, alterar los objetos preservando las características originales de la construcción.

El docente juega un papel fundamental, ya que será él quien facilite las estrategias que puedan orientar el aprendizaje de trigonometría que al tratarse de un saber previo de las cantidades vectoriales, estará beneficiando la continuidad de los aprendizajes del estudiante. Sin embargo, un reto del docente es encontrar las estrategias adecuadas a cada momento al grupo de estudio y al contexto (Baldizón, 2015, p. 16).

Para Figueiredo (2010), los conceptos esenciales de la trigonometría deben enseñarse en la educación básica y no en el bachillerato. Lo teórico y lo considerado esencial tiene que tener un asidero cuando el alumno empieza a reconocer las figuras geométricas para en lo posterior consolidar el aprendizaje.

Desde la perspectiva de Herrera (2013) y Gómez (2014), el aprendizaje trigonométrico funciona siempre y cuando los docentes tengan todas las herramientas a su alcance y señala que los estudiantes deben llegar con el manejo de este tipo de competencias a la universidad de forma fundamentada para que se convierta en un excelente profesional.

Autores como Tarco (2019) sostienen que este tipo de conocimientos es tan elementos y básico que le sirve al estudiante para la toma de acciones adecuadas con el propósito de favorecer a la resolución de problemas, “gestando así un estudiante dinámico, hábil para relacionar los conocimientos previos que den solución a las situaciones problemáticas, autónomo, aprovechando su entorno físico y la mediación de recursos didácticos con un pensamiento crítico que favorezca a transformar su realidad” (p. 14). Además esta rama de las matemáticas interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión.

La trigonometría se aplica a otras ramas de la geometría, como es el caso del estudio de las esferas en la geometría del espacio. Posee numerosas aplicaciones, entre las que se encuentran: las técnicas de triangulación, por ejemplo, son usadas en astronomía para medir distancias a estrellas próximas, en la medición de distancias entre puntos geográficos, y en sistemas de navegación por satélites (Bravo *et al.*, 2014, p. 68).

Por ello, Solanilla (2015) señala que la búsqueda de estrategias didácticas permitirá al docente contribuir con la mejora de su método didáctico y ayude a la apropiación de los aprendizajes

en los estudiantes para que su enseñanza gire en torno a un eje de motivador y explore su capacidad mental aportando al desarrollo su propia formación. Para Miranda (2015), el problema pasa por el hecho de que los docentes, más aún los de bachillerato, aprovechen todos los recursos tecnológicos a su alcance, al igual que algunas aplicaciones, para que puedan tener resultados más provechosos en su enseñanza, de tal modo que los estudiantes lleguen con mejor base a su vida formativa universitaria.

Conclusiones

La enseñanza de la trigonometría requiere de una apropiación conceptual y el emprendimiento de nuevos procesos que tomen en cuenta la innovación por parte del docente para mejorar la enseñanza y el dominio de contenidos básicos. A lo largo de este trabajo se ha determinado la importancia de que los bachilleres, sobre todo, tengan una formación mucho más elemental y básica de lo que es la trigonometría, sus principales aspectos y procesos, para que puedan ponerlos en práctica durante su vida académica universitaria y sean excelentes profesionales.

Se trata de un propósito complejo que requiere de algunas cuestiones fundamentales como el hecho de la práctica constante de los recursos tecnológicos actuales que existen en esta rama. Adicional a ello se requiere de docentes más preparados que brinden este tipo de conocimientos con mayor dinamismo y que hagan énfasis en la práctica de los principales postulados trigonométricos.

Referencias Bibliográficas:

- Araya, A., Monge, A., y Morales, C. (2007). Comprensión de las razones trigonométricas niveles de comprensión, indicadores y tareas para su análisis. *Actualidades Investigativas en Educación*, 7(2), 123-133. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2349838>
- Baldizón, S. (2015). *Repercusión de la deficiencia de conocimientos de trigonometría como saber previo para el aprendizaje significativo de las cantidades vectoriales*. (Tesis de pregrado), Universidad de San Carlos, Ciudad de Guatemala, Guatemala.
- Bravo, M., González, N., Paz, A. (2014). *Secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas*. (Tesis de pregrado). Universidad Católica de Manizales, Santiago de Cali, Colombia.
- Cantoral, R., Montiel, G., y Reyes, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de investigación en educación matemática*, 5(8), 9-28.
- Figueiredo, A. (2010). *Estructura cognitiva y conceptos nucleares en la enseñanza/aprendizaje de la trigonometría: estudio comparativo realizado con alumnos del décimo al duodécimo año de enseñanza secundaria a través de la aplicación de diferentes metodologías*. (Tesis doctoral). Universidad de Extremadura, Badajoz: España.
- Gómez, J. (2014). Inclusión de la persona con discapacidad visual en la enseñanza de la trigonometría. *Revista de investigaciones*, 8(24), 28-41.
- González, M., Matilla, J., y Rosales, F. (2017). Potencialidades del software Geogebra en la enseñanza de la matemática estudio de caso de su aplicación en la trigonometría. *Roca: Revista Científico Educaciones de la provincia de Granma*, 13(4), 401-415. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6759725>

- Herrera, H. (2013). *Enseñanza de los conceptos básicos de la trigonometría mediante el uso de tecnología informática*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- León, C. (2017). *Juan Cortázar y su contribución a la formación matemática española en el siglo XIX*. (Tesis doctoral). Universidad de Córdoba, Córdoba, España.
- Miranda, L. (2015). *Uso de recursos educativos abiertos en el aprendizaje de las funciones trigonométricas*. (Tesis de maestría). Instituto Tecnológico de Monterrey. Córdoba, Colombia.
- Solanilla, O. (2015). *Implementación de herramientas didácticas y tecnológicas para mejorar el nivel de aprendizaje de la trigonometría*. (Tesis de maestría). Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia.
- Suárez, M., Chaves, A., y Fernández, E. (2017). De las fórmulas fundamentales en la trigonometría esférica a las fórmulas fundamentales de la trigonometría hiperbólica. *Sigma*, 13(2), 1-15. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6579446>
- Tarco, D. (2019). *El software Geogebra en el aprendizaje de trigonometría con los estudiantes de décimo grado de educación básica paralelo “C” en la unidad educativa Isabel de Godín en el periodo académico marzo – julio 2019*. (Tesis de pregrado). Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.

Contribución de los autores:

Autor	Contribución
Carlos Alberto Aray Andrade	Concepción y diseño, redacción del artículo y revisión del documento.
Yandri Guerrero Alcívar	Adquisición de datos, análisis e interpretación
Luis Montenegro Palma	Adquisición de datos, análisis e interpretación
Segundo Navarrete Ampuero	Adquisición de datos, análisis e interpretación