

Modelo geometalúrgico del índice de trabajo para un depósito pórfido cuprífero mediante aprendizaje automático

Geometallurgical model of the work index for a porphyry copper deposit by machine learning

Nelson Jesús Ramos-Armijos¹, Marilú Calderón-Celis²



nelson.ramos1@unmsm.edu.pe

¹ Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Unidad de Posgrado. Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica. Ciudadela Universitaria, Av. Venezuela. 15081. Lima, Perú.



jcalderond2@unmsm.edu.pe

² Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Unidad de Posgrado. Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica. Ciudadela Universitaria, Av. Venezuela. 15081. Lima, Perú.

FIGEMPA: Investigación y Desarrollo

Universidad Central del Ecuador, Ecuador

ISSN-e: 2602-8484

Periodicidad: Semestral

vol. 18, núm. 2, 2024

revista.figempa@uce.edu.ec

Recepción: 23 abril 2024

Aprobación: 12 agosto 2024

DOI: <https://doi.org/10.29166/revfig.v18i2.6700>

Agradecimientos

Al Vicerrectorado de Investigación y Posgrado de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, por el apoyo brindado al Proyecto de Investigación con Código C231609735e, para la publicación académica del presente artículo científico.

Autor de correspondencia:

nelson.ramos1@unmsm.edu.pe



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (CC BY 4.0)

Cómo citar: Ramos-Armijos, N. J., & Calderón-Celis, M. (2024). Modelo geometalúrgico del índice de trabajo para un depósito pórfido cuprífero mediante aprendizaje automático. *FIGEMPA: Investigación y Desarrollo*, 18(2), 42-60. <https://doi.org/10.29166/revfig.v18i2.6700>

RESUMEN

El desarrollo de proyectos mineros en etapas de exploración y prefactibilidad conlleva desafíos relacionados a la heterogeneidad e incertidumbre geológica y de procesamiento debido a la variabilidad en sus atributos primarios y de respuesta. Por lo tanto, el objetivo de esta investigación radica en elaborar el modelo geometalúrgico del índice de trabajo de Bond. Para esto se desarrollaron modelos de regresión lineal en Jupyter Notebook considerando 790 muestras de resistencia a la compresión uniaxial de la roca (UCS), litologías, zonas minerales e índice de trabajo de Bond (BW_i) en un depósito pórfido cuprífero. Los resultados indican relación directamente proporcional de tipo lineal entre el BW_i y UCS, generando modelamientos con desempeños aceptables de R² entre 0.76 a 0.90. Además, las litologías y zonas mineralizadas en el depósito estudiado son características relevantes relacionadas a la conminución. Finalmente, de acuerdo a la competencia de la roca, esta se clasifica como tipo media a dura, dura y muy dura en las zonas de óxidos, mixtos y sulfuros primarios respectivamente.

Palabras claves: Modelo; litologías; zonas minerales; geometalurgia; conminución; índice de trabajo de Bond

ABSTRACT

The development of mining projects in the exploration and pre-feasibility stages involves challenges related to geological and processing heterogeneity and uncertainty due to variability in their primary and response attributes. Therefore, the objective of this research is to develop the geometallurgical model of the Bond work index. For this purpose, linear regression models were developed in Jupyter Notebook considering 790 samples of uniaxial compressive strength of rock (UCS), lithologies, mineral zones and Bond work index (BW_i) in a porphyry copper deposit. The results indicate a directly proportional linear relationship between BW_i and UCS, generating modeling with acceptable R² performances between 0.76 and 0.90. In addition, the lithologies and ore zones in the deposit studied are relevant characteristics related to comminution. Finally, according to rock competence, the rock is classified as medium to hard, hard and very hard in the oxide, mixed and primary sulfide zones, respectively.

Keywords: Model; lithologies; ore zones; geometalurgy; comminution; Bond work index

INTRODUCCIÓN

Geometalurgia

Es una ciencia interdisciplinaria que integra a la geología, minería y metalurgia (Mu y Salas, 2023) (Ver Figura 1) para optimizar el valor del recurso (Lishchuk y Pettersson, 2021), minimizar el riesgo técnico (Lishchuk *et al.*, 2020) y generar una operación más resiliente (Dominy *et al.*, 2018). Por otra parte, el modelo geometalúrgico se construye a partir de un modelo geológico y ensayos metalúrgicos a pequeña escala para predecir la respuesta según la ubicación de las muestras en un depósito (Lishchuk *et al.*, 2019) a partir de propiedades de la roca que inciden positiva o negativamente sobre el valor de un proyecto minero.

Dichas propiedades se denominan variables geometalúrgicas, las cuales se dividen en primarias y de respuesta (Sepúlveda, 2018). Las variables primarias son típicamente aditivas e intrínsecas de la roca, que pueden medirse directamente y son utilizadas para predecir la respuesta del procesamiento (Morales *et al.*, 2019); por ejemplo UCS, ley mineral, litología. Mientras que, las variables de respuesta son generalmente no aditivas y se definen como atributos de la roca que describen la respuesta a los procesos metalúrgicos (Morales *et al.*, 2019); por ejemplo BW_i, recuperación, consumo de reactivos, ley de concentrado; y su estimación se realiza mediante técnicas de regresión (Ram Chandar *et al.*, 2016).

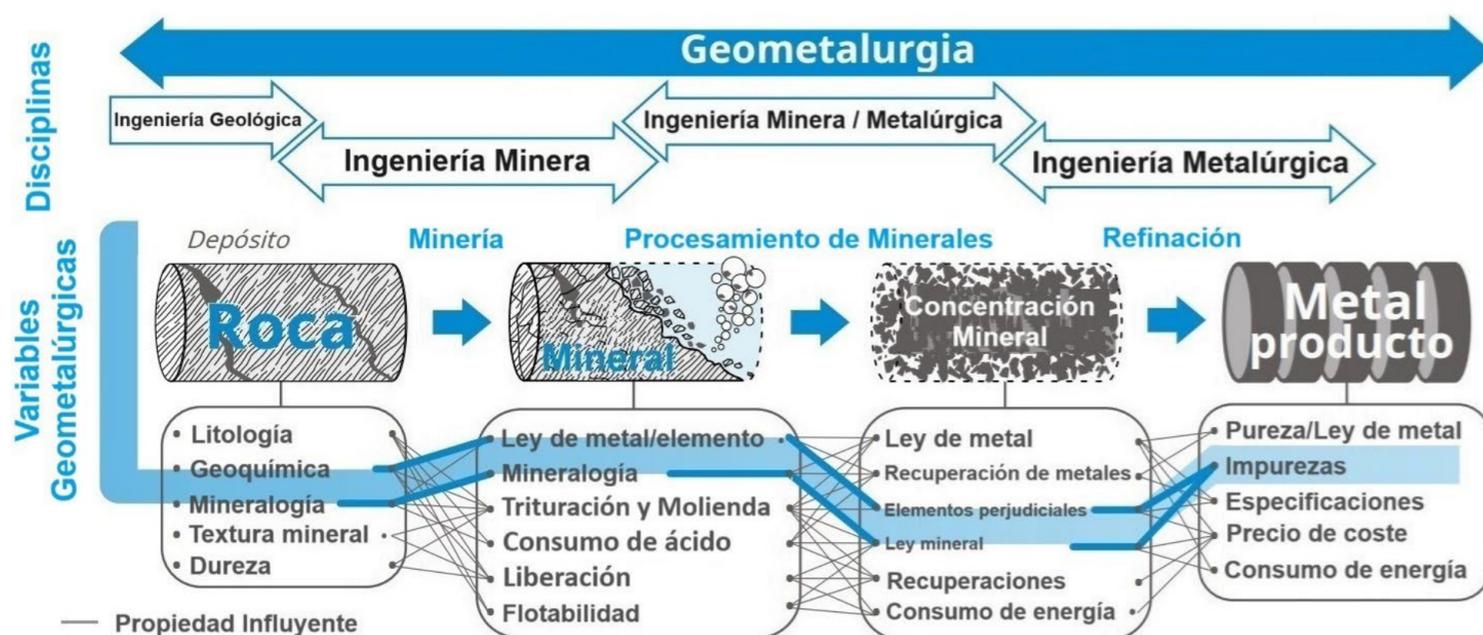


FIGURA 1

Enfoque geometalúrgico para optimizar el recurso a lo largo de la cadena de valor de la minería

Se muestra que al emplear geometalurgia desde la fase exploratoria, es posible integrar sistemáticamente prácticas de planificación con el fin de maximizar la eficiencia del recurso y luego crear un modelo espacial para la gestión de la producción utilizando propiedades influyentes en el valor del yacimiento

Modificado de Dehaine *et al.* (2020)

En este contexto, las variables primarias y de respuesta frecuentemente se aplican desde las etapas tempranas de un proyecto (Ver Figura 2) con la finalidad de elaborar un programa geometalúrgico holístico para el procesamiento mineral eficiente en términos de recursos (Lishchuk *et al.*, 2020). No obstante, la variabilidad en los atributos geometalúrgicos de los depósitos repercute considerablemente en la etapa de procesamiento y resulta en altos riesgos desde las fases iniciales en la minería (Gholami *et al.*, 2022; Tungpalan *et al.*, 2021).

Al respecto Mohammadi *et al.* (2021) manifiestan que las variables afines al procesamiento mineral inciden sobre el valor de un yacimiento, por ejemplo hasta el 70% del consumo total de energía en planta metalúrgica se utiliza en conminución y tomando en cuenta que los depósitos de pórfidos cupríferos exhiben rocas competentes (Bilal, 2017) resultaría en procesos de alto consumo energético. En tal sentido, el índice de trabajo de Bond "BW_i" (Bond Work index, por sus siglas en inglés) es ampliamente utilizado para diseñar circuitos de molienda y calcular el requerimiento de energía (Aras *et al.*, 2020); sin embargo, su determinación demanda tiempo, equipo sofisticado (Ram Chandar *et al.*,

2016) y ensayos costosos (Hunt y Berry, 2017; Ranjbar *et al.*, 2021). Por lo tanto, es necesario implementar modelos para la predicción de esta variable metalúrgica a partir de propiedades tecnoeconómicas como la UCS (Garrido *et al.*, 2019) y atributos primarios del depósito mineral (Deutsch, 2023).

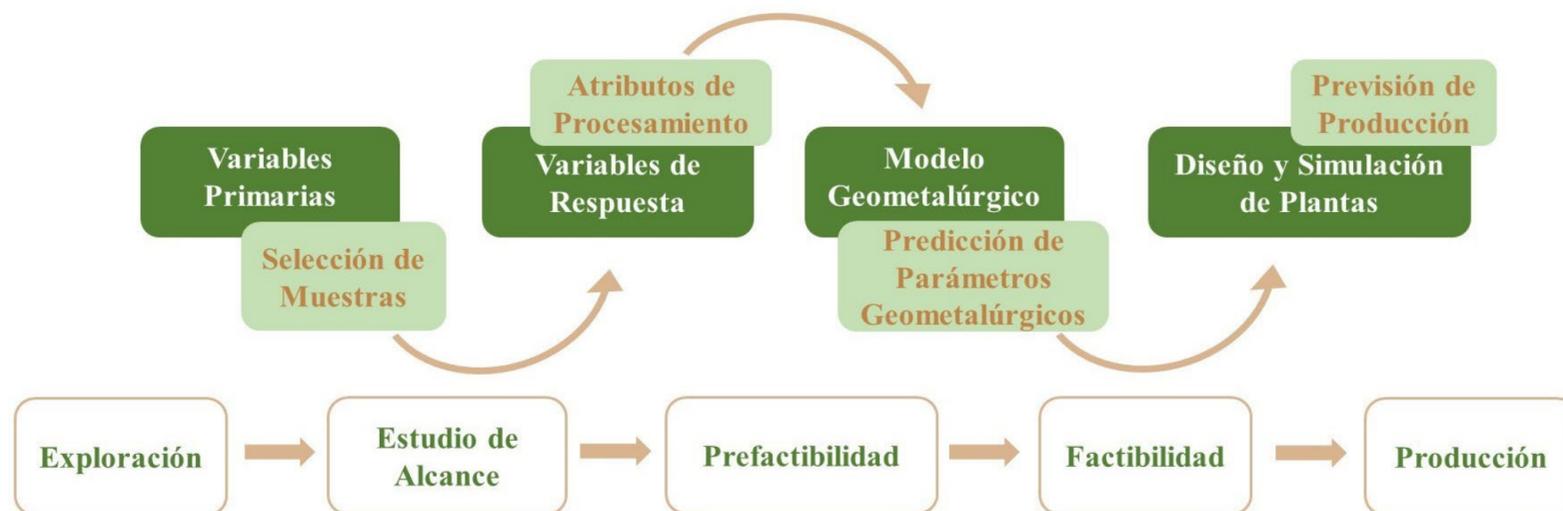


FIGURA 2

Diagrama de flujo de un programa geometalúrgico a través de las fases de un proyecto minero

Modificado de Lishchuk *et al.* (2019)

Con relación a esto, la UCS se expresa como la tensión máxima (MPa) que una muestra de roca soporta al aplicar un esfuerzo unidireccional a los extremos de una probeta cilíndrica (Mwanga *et al.*, 2015). En tanto que, el BW_i se define como la energía (kWh/t) necesaria para reducir el material de una tonelada corta desde un tamaño de alimentación teóricamente infinito a un tamaño en el cual el 80% pasa por un tamiz con abertura cuadrada de 100 micrómetros. Se determina de acuerdo a lo indicado por Todorovic *et al.* (2017) y su cálculo por medio de la Ecuación 1 (García *et al.*, 2021).

$$W_i = \frac{44.5}{P_{100}^{0.23} * gpr^{0.82} \left(\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad \text{Ec. (1)}$$

Donde W_i es el índice de trabajo de Bond (kWh/t), P_{100} es la abertura del tamiz (μm), gpr el coeficiente de moliendabilidad (g/rev), que indica los gramos de finos producidos en el molino de bolas por cada vuelta en los 3 últimos ciclos. P_{80} y F_{80} son los tamaños (μm) bajo los cuales está el 80% en peso del producto y alimentación respectivamente. Los valores comunes para BW_i se ilustran en la Tabla 1 (Bilal, 2017, p. 14).

TABLA 1
Valores frecuentes del BW_i en distintos tipos de rocas

Clase de Roca	Blanda	Media	Dura	Muy Dura
Valor de BW_i (kWh/t)	7 – 9	9 – 14	14 – 20	> 20

Antecedentes

Conforme a la revisión de la literatura efectuada, se han encontrado investigaciones (Ver Tabla 2) que han analizado la relación entre BW_i con UCS y, además, estudios referentes al comportamiento y distribución espacial del BW_i en depósitos tipo pórfidos cupríferos.

TABLA 2
Antecedentes de la investigación

Autores y año	Título de la Investigación	Objetivo	Resultados	Conclusiones
Haffez (2012)	Correlation between Bond work index and mechanical properties of some Saudi ores	Estimar el BW _i por medio de UCS	Determinaron un modelamiento cuya correlación es positiva entre las variables analizadas	Tipo de correlación logarítmica con R ² igual a 0.81.
Özer y Çabuk (2007)	Relationship between Bond work index and rock parameters	Predecir el BW _i a través de UCS	Obtuvieron un modelo correlacionado positivamente entre los atributos estudiados	Tipo de correlación exponencial con R ² igual a 0.58. También se estableció que el BW _i puede determinarse de forma más práctica, rápida y económica a través de UCS
Harbort <i>et al.</i> (2011)	Development of the Zafranal Geometallurgical Model	Elaborar un modelo geometalúrgico en base a geología y variable de respuesta (BW _i) en el depósito pórfido de Cu - Au Zafranal en Perú	El BW _i en la zona de óxidos es moderadamente blando (BW _i = 9.86 kWh/t), en tanto que, en las zonas supérgena (BW _i =11.96 kWh/t) e hipógena (BW _i =12.29 kWh/t) moderadamente duro	El BW _i aumenta a medida que incrementa la profundidad del depósito y a través del modelo geometalúrgico ha sido posible evaluar la variabilidad espacial del BW _i tomando en cuenta su litología y mineralización
Nghipulile <i>et al.</i> (2023)	Effect of mineralogy on grindability – A case study of copper ores	Investigar el efecto de la mineralogía sobre la capacidad de molienda de óxidos y sulfuros de cobre en un depósito localizado en Namibia	El valor más alto de BW _i igual a 21.61 kWh/t fue encontrado en la zona de sulfuros, específicamente en calcopirita, en tanto que, en la zona de óxidos se obtuvo BW _i de hasta 17.26 kWh/t	El mineral sulfurado presenta mayor competencia que el oxidado. Además, el BW _i , puede ser aplicado al diseñar un circuito de molienda, ya que, la energía específica de conminución requerida para reducir el tamaño de alimentación principal al tamaño del producto objetivo se puede estimar utilizando el BW _i
Harbort <i>et al.</i> (2013)	The use of Geometallurgy to Estimate Comminution Parameters within Porphyry Copper Deposits	Desarrollar un análisis y revisión de la aplicación de geometalurgia para la estimación de variables de conminución	Se establece que el modelamiento de conminución permite visualizar tridimensionalmente la variación del BW _i , identificando valores de 10 kWh/t en óxidos de cobre, mientras que, en las zonas supérgena e hipógena un valor medio de 20 kWh/t y en la zona de sulfuros primarios más profunda alcanzando el BW _i valores de hasta 24 kWh/t	El modelado geometalúrgico de atributos de conminución brinda información a detalle de los requisitos energéticos del recurso mineral. Asimismo, la relación entre propiedades geológicas y su desempeño en el procesamiento considerando pruebas metalúrgicas a pequeña escala, permite la predicción de variables de conminución, optimizando la previsión en la tasa de rendimiento

MATERIALES Y MÉTODOS

Revisión bibliográfica

Con la finalidad de sustentar las bases teóricas y antecedentes que conforman esta investigación, se realizó una revisión bibliográfica exhaustiva en fuentes relevantes y fidedignas, enmarcadas en el área del conocimiento del presente estudio. A continuación, se indica el análisis obtenido.

TABLA 3
Síntesis de la revisión bibliográfica elaborada

Identificación	Autores y Año	Temática	DOI / Sitito Web	Base de Datos, Revista y/o Conferencia	Idioma	País
AC1	Aljadani <i>et al.</i> (2023)	AA	https://doi.org/10.3390/math1194055	Scopus	Inglés	Arabia Saudita
AC2	Aras <i>et al.</i> (2020)	Geomet	https://doi.org/10.1080/08827508.2019.1575216	Scopus	Inglés	Turquía
AC3	Bangdiwala (2018)	AA	https://doi.org/10.1080/17457300.2018.1426702	Scopus	Inglés	Canadá
TM1	Bilal (2017)	Geomet	https://ltu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1149944&dswid=1083	-	Inglés	Suecia
AC4	Chicco <i>et al.</i> (2021)	AA	https://doi.org/10.7717/PEERJ-CS.623	Scopus	Inglés	Canadá
AC5 - RR	Dehaine <i>et al.</i> (2020)	Geomet	https://doi.org/10.5281/zenodo.3938855	European Geologist Journal	Inglés	Finlandia
AC6	Deutsch (2023)	Geomet	https://doi.org/10.3390/min13111400	Scopus	Inglés	Canadá
AC7	Dominy <i>et al.</i> (2018)	Geomet	https://doi.org/10.3390/min8120560	Scopus	Inglés	Reino Unido
AC8	Emmanuel <i>et al.</i> (2019)	Geomet	https://doi.org/10.1016/j.egypro.2018.11.264	Scopus	Inglés	Nigeria
AC9	García <i>et al.</i> (2021)	Geomet	https://doi.org/10.3390/met11060970	Scopus	Inglés	España
C1	Garrido <i>et al.</i> (2019)	Geomet	https://doi.org/10.6084/m9.figshare.11290538	Procemin - Geomet 2019	Inglés	Chile
AC10	Gholami <i>et al.</i> (2022)	Geomet	https://doi.org/10.37190/ppmp/147841	Scopus	Inglés	Irán
AC11	Godoy <i>et al.</i> (2024)	AA	https://doi.org/10.3390/machines12010060	Scopus	Inglés	Chile
AC12	Hafez (2012)	Geomet	https://doi.org/10.21608/jesau.n.2012.112727	Scopus	Inglés	Arabia Saudita

C2	Harbort <i>et al.</i> (2013)	Geomet	https://www.ausimm.com/publications/conference-proceedings/the-second-ausimm-international-geometalurgy-conference-2013/the-use-of-geometalurgy-to-estimate-comminution-parameters-within-porphyry-copper-deposits/	The Second AusIMM International Geometallurgy Conference 2013	Inglés	Australia
C3	Harbort <i>et al.</i> (2011)	Geomet	https://www.ausimm.com/publications/conference-proceedings/first-ausimm-international-geometalurgy-conference-geometal-2011/development-of-the-zafranal-geometalurgical-model/	First AusIMM International Geometallurgy Conference (GeoMet) 2011	Inglés	Perú
AC13	Hunt y Berry (2017)	Geomet	https://doi.org/10.12789/geocanj.2017.44.121	Scopus	Inglés	Australia
AC14	Kalichini <i>et al.</i> (2017)	Geomet	https://doi.org/10.17159/2411-9717/2017/v117n8a11	Scopus	Inglés	Zambia
AC15	Kalota (2024)	AA	https://doi.org/10.3390/educsci14020172	Scopus	Inglés	Estados Unidos (USA)
AC16	Kim <i>et al.</i> (2022)	AA	https://doi.org/10.3390/su141811674	Scopus	Inglés	Korea
AC17	Lishchuk <i>et al.</i> (2020)	Geomet	https://doi.org/10.1016/j.mineeng.2019.106072	Scopus	Inglés	Suecia
AC18	Lishchuk <i>et al.</i> (2019)	Geomet	https://doi.org/10.1016/j.mineeng.2019.01.032	Scopus	Inglés	Suecia
AC19	Lishchuk y Pettersson (2021)	Geomet	https://doi.org/10.1007/s13563-020-00220-9	Scopus	Inglés	Suecia
AC20	Manakitsa <i>et al.</i> (2024)	AA	https://doi.org/10.3390/technologies12020015	Scopus	Inglés	Grecia
AC21	Mohammadi <i>et al.</i> (2021)	Geomet	https://sanad.iau.ir/journal/ijes/Article/678955?jid=678955	Scopus	Inglés	Iran
AC22	Morales <i>et al.</i> (2019)	Geomet	https://doi.org/10.3390/min9020108	Scopus	Inglés	Chile
AC23	Mwanga <i>et al.</i> (2015)	Geomet	https://doi.org/10.3390/min5020276	Scopus	Inglés	Suecia
AC24	Mu y Salas (2023)	Geomet	https://doi.org/10.3390/pr11061775	Scopus	Inglés	Chile
AC25	Nghipulile <i>et al.</i> (2023)	Geomet	https://doi.org/10.17159/2411-9717/1714/2023	Scopus	Inglés	Namibia
AC26 - RR	Özer y Çabuk (2007)	Geomet	https://dergipark.org.tr/en/pub/iuyerbilim/issue/18564/196066	Istanbul Earth Sciences Review	Turco	Turquía

AC27	Phetla y Muzenda (2010)	Geomet	https://doi.org/10.5281/zenodo.1077972	Scopus	Inglés	Johannesburgo
AC28	Radhoush <i>et al.</i> (2023)	AA	https://doi.org/10.3390/en16165972	Scopus	Inglés	Estados Unidos (USA)
AC29	Ram Chandar <i>et al.</i> (2016)	Geomet	https://doi.org/10.1016/j.minpro.2016.10.006	Scopus	Inglés	India
AC30	Ranjbar <i>et al.</i> (2021)	Geomet	https://doi.org/10.1007/s42461-021-00498-5	Scopus	Inglés	Iran
L1	Rossi y Deutsch (2014)	Geomet	https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5717-5	Scopus	Inglés	Estados Unidos / Canadá
AC31	Saldaña <i>et al.</i> (2023)	Geomet	https://doi.org/10.3390/ma16083220	Scopus	Inglés	Chile
L2	Schlesinger <i>et al.</i> (2011)	Geomet	https://doi.org/10.1016/b978-0-08-096789-9.10004-6	Scopus	Inglés	Países Bajos
TD1	Sepúlveda (2018)	Geomet	https://hdl.handle.net/2440/114242	-	Inglés	Australia
AC32	Taye (2023)	AA	https://doi.org/10.3390/computers12050091	Scopus	Inglés	Jordania
AC33	Todorovic <i>et al.</i> (2017)	Geomet	https://www.journalssystem.com/ppmp/A-quick-method-for-Bond-work-index-approximate-value-determination,64630,0,2.html	Scopus	Inglés	Serbia
AC34	Zhang <i>et al.</i> (2022)	AA	https://doi.org/10.3390/math10101776	Scopus	Inglés	China

AC (Artículo Científico), C (Conferencia), RR (Revistas Regionales), Libro (L), TM (Tesis de Maestría), TD (Tesis Doctoral), Geomet (Geometalurgia), AA (Aprendizaje Automático)

De acuerdo al análisis (Ver Tabla 3), el mayor porcentaje de investigaciones provienen de artículos científicos indexados en Scopus (Ver Figura 3a) y del total de trabajos utilizados el 75.6% son enfocados a geometalurgia, mientras que, el 24.4% en aprendizaje automático (Ver Figura 3b). Por continentes (Ver Figura 3c) en Europa está el más alto contenido de estudios con 31.7%, seguido por América, Asia, África y Oceanía. Además, 40 investigaciones se encuentran en idioma inglés y solamente 1 en turco.

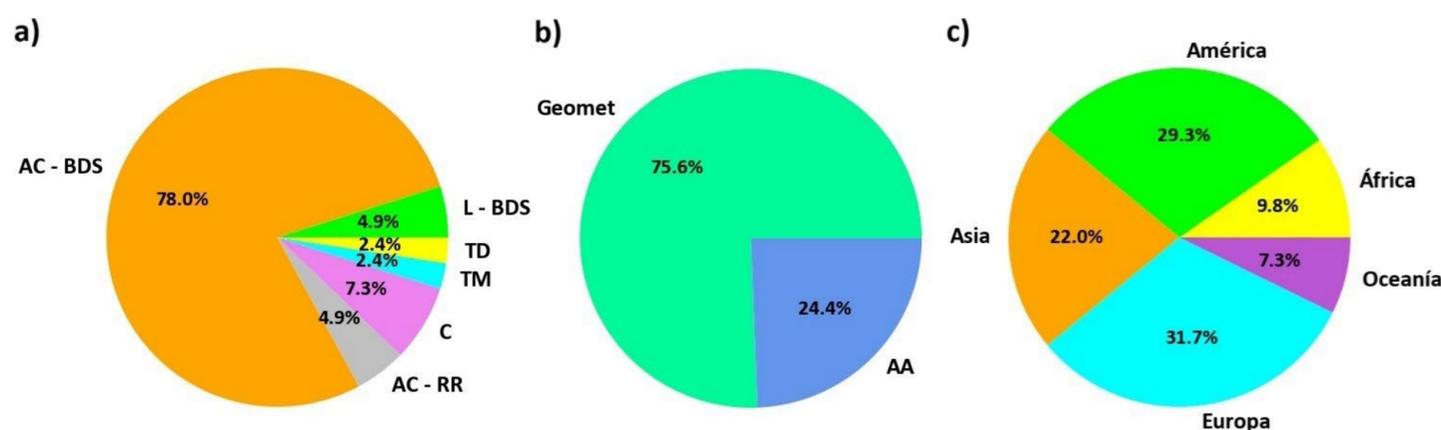


FIGURA 3

Análisis porcentual de revisión bibliográfica efectuada

a) Tipo de investigación. b) Temática de trabajos. c) Distribución de estudios a nivel continental BDS (Base de Datos Scopus)

Área de la investigación

El área de estudio es un depósito pórfido cuprífero situado en Perú; por confidencialidad las coordenadas han sido modificadas conservando su morfología. La mineralización (Ver Figura 4a) comprende tres zonas: la más superficial formada por óxidos de cobre (cuprita, tenorita, malaquita) a la cual le subyace una zona mixta (calcosina, covelina) y por debajo de esta la zona de sulfuros primarios (calcopirita y \pm bornita); mientras que, el modelo litológico consta de cinco unidades: brecha, granito, granodiorita, andesita y granodiorita biotítica (Ver Figura 4b).

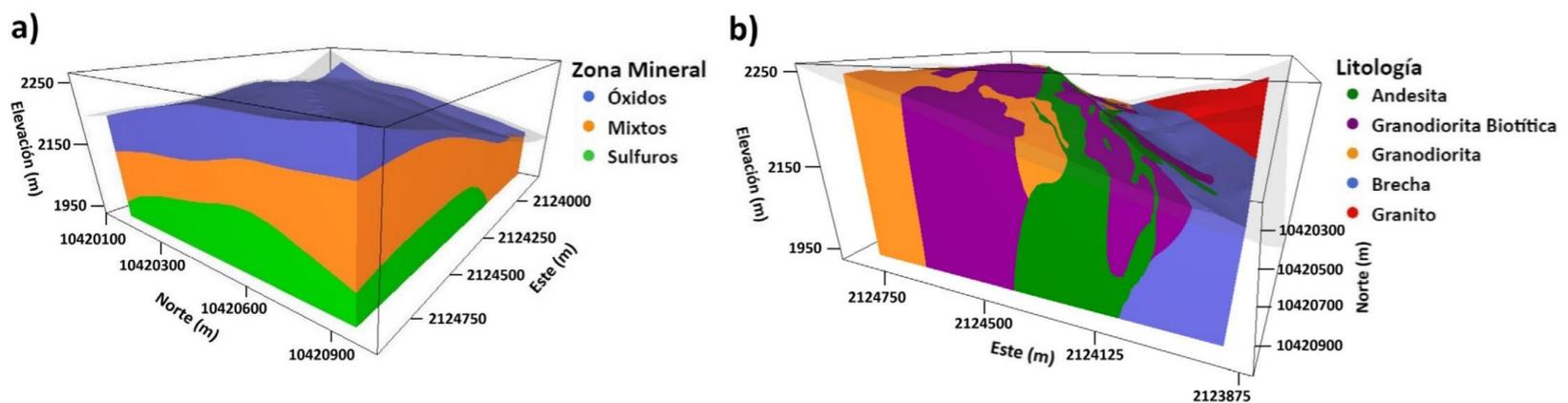


FIGURA 4
Modelo geológico del depósito pórfido cuprífero

a) Zonas minerales. b) Litológico

Tamaño muestral

Para el desarrollo de la investigación se utilizaron 790 muestras de BW_i, UCS, zonas minerales y litologías; lo cual se encuentra recopilado conforme a lo recomendado por la normativa a nivel internacional para elaboración del modelamiento geometalúrgico, que según Rossi y Deutsch (2014), dicha información debe estar sistematizada en formatos tipo csv que contienen: Collar (coordenadas y profundidad), Survey (desviaciones), Assays (muestras de BW_i y UCS), Lithology (litologías) y Minzone (zonas minerales) de 61 sondajes exploratorios. Además, considerando el tipo de datos, esta investigación tiene un enfoque cuantitativo y cualitativo.

Análisis e interpretación de la información

El modelo geológico se realizó en el software RecMin. Mientras que, el modelo de regresión lineal considerado como aprendizaje de tipo supervisado (Bangdiwala, 2018) en Jupyter Notebook.

Aprendizaje Automático

La naturaleza humana está marcada por la habilidad innata de aprender y progresar a través de la experiencia; del mismo modo, las máquinas poseen capacidad de mejora mediante la adquisición de datos, concepto conocido como aprendizaje automático "AA" (Manakitsa *et al.*, 2024). El AA, un subconjunto de la inteligencia artificial (Kalota, 2024), ha sido ampliamente utilizado en el campo de la geometalurgia (Saldaña *et al.*, 2023), el cual permite a las computadoras detectar patrones de forma autónoma y tomar decisiones, siendo los algoritmos entrenados mediante la exposición a diversas situaciones, lo que refina la comprensión con más datos y conduce a una mayor precisión (Manakitsa *et al.*, 2024). En este contexto, la regresión lineal se encuentra dentro del AA de tipo supervisado (Taye, 2023), definida como un modelo para encontrar la relación existente entre una variable independiente "x" y dependiente "y". El objetivo del algoritmo, expresado por la Ecuación 2 (Bangdiwala, 2018), consiste en estimar los parámetros w_0 , w_1 :

$$y = w_0 + w_1x \quad \text{Ec. (2)}$$

Que reducen el error "e" entre valores reales "y_i" y predichos "ŷ_i", denotado por la Ecuación 3 (Radhoush *et al.*, 2023):

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \text{Ec. (3)}$$

Cabe notar que los algoritmos de AA utilizan la distancia entre dos puntos de datos en los cálculos y dado que las variables geometalúrgicas frecuentemente tienen unidades distintas, es necesario realizar su escalamiento llevándolas a un rango en común entre 0 a 1 (Aljadani *et al.*, 2023). En caso de omitirlo, el modelo se verá más afectado por la variable de mayor escala. Para ello generalmente se aplica la técnica de normalización MinMaxScaler, cuyo cálculo se expresa por la Ecuación 4 (Godoy *et al.*, 2024).

$$X_{\text{scaled}} = \frac{(x - X_{\text{min}})}{(X_{\text{max}} - X_{\text{min}})} * (\text{max} - \text{min}) + \text{min} \quad \text{Ec. (4)}$$

Donde X_{scaled} es el nuevo valor escalado, x es el valor inicial que se requiere escalar, X_{min} y X_{max} son los datos mínimo y máximo en las muestras originales, en tanto que, min y max es el valor mínimo (0) y máximo (1) en la nueva escala.

El rendimiento del modelo de regresión lineal se evalúa por medio del coeficiente de determinación “ R^2 ” (Kim *et al.*, 2022) y la raíz del error cuadrático medio “RMSE” (Chicco *et al.*, 2021). “ R^2 ” puede interpretarse como el cociente de la varianza en la variable objetivo que es previsible por medio de la variable independiente, calculado a través de la Ecuación 5 (Zhang *et al.*, 2022).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_i (\bar{y} - y_i)^2} \quad \text{Ec. (5)}$$

Donde y_i es el valor real, \hat{y}_i el valor previsto, $\sum_i (\hat{y}_i - y_i)^2$ es el error de predicción y $\sum_i (\bar{y} - y_i)^2$ es el error respecto a la media. Por otra parte, RMSE es la raíz del error cuadrático medio “MSE”, que cuantifica la desviación del valor real respecto al predicho, considerando el número “ m ” de observaciones y calculado por la Ecuación 6 (Zhang *et al.*, 2022).

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad \text{Ec. (6)}$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Análisis exploratorio de datos

En la Figura 5 se ilustra la distribución tridimensional de las 790 muestras disponibles. Sus estadísticas (Ver Tabla 4) indican que la media en BW_i y UCS por zonas minerales se presenta bien diferenciada y según la litología los tipos de rocas granodiorita, andesita y granodiorita biotítica son las más competentes.

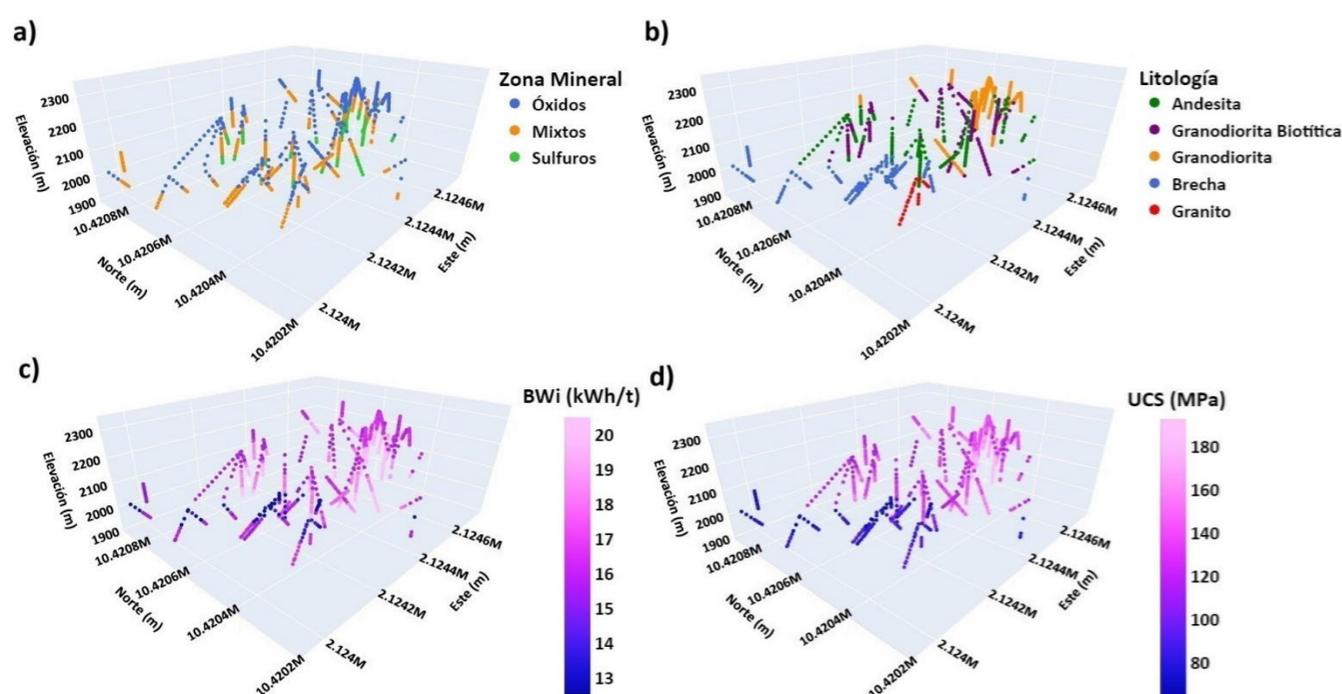


FIGURA 5
Visualización espacial de muestras

a) Zonas minerales. b) Litologías. c) BWi. d) UCS

TABLA 4
Estadísticas de BW_i, UCS por zonas minerales y litologías

		BW _i (kWh/t)							
	Descripción	# Muestras	Media	Std	Min	Q1	Q2	Q3	Max
Zonas Minerales	Óxidos	330	15.56	1.24	12.13	15.45	15.95	16.40	17.35
	Mixtos	302	17.75	1.51	14.76	16.20	18.20	18.90	20.20
	Sulfuros	158	20.90	0.59	19.58	20.40	20.80	21.50	21.99
Litologías	Andesita	206	17.82	1.83	15.00	15.90	18.11	18.90	20.95
	Brecha	144	14.92	1.47	12.13	13.27	15.43	15.90	17.83
	Granito	24	14.96	1.44	13.00	13.69	14.08	16.46	16.75
	Granodiorita	241	18.01	2.15	15.45	16.32	16.68	20.05	21.93
	Granodiorita Biotítica	175	18.72	2.03	15.20	16.59	18.95	20.38	21.99

		UCS (MPa)							
	Descripción	# Muestras	Media	Std	Min	Q1	Q2	Q3	Max
Zonas Minerales	Óxidos	330	119.27	23.13	64.22	113.24	122.47	137.30	152.55
	Mixtos	302	123.28	30.60	70.55	90.28	132.57	143.32	174.39
	Sulfuros	158	164.93	17.00	131.32	150.42	160.99	182.16	192.68
Litologías	Andesita	206	131.48	14.75	106.58	118.85	129.59	142.65	165.00
	Brecha	144	81.80	10.02	64.22	74.43	80.66	86.65	114.58
	Granito	24	88.59	6.61	79.58	82.52	87.00	95.25	97.84
	Granodiorita	241	149.44	18.71	118.10	136.26	142.51	164.27	192.68
	Granodiorita Biotítica	175	146.56	22.56	112.10	128.74	142.17	160.65	190.71

Además, por medio de la Figura 6 se visualiza que mientras incrementa el BW_i también aumentan los valores de UCS.

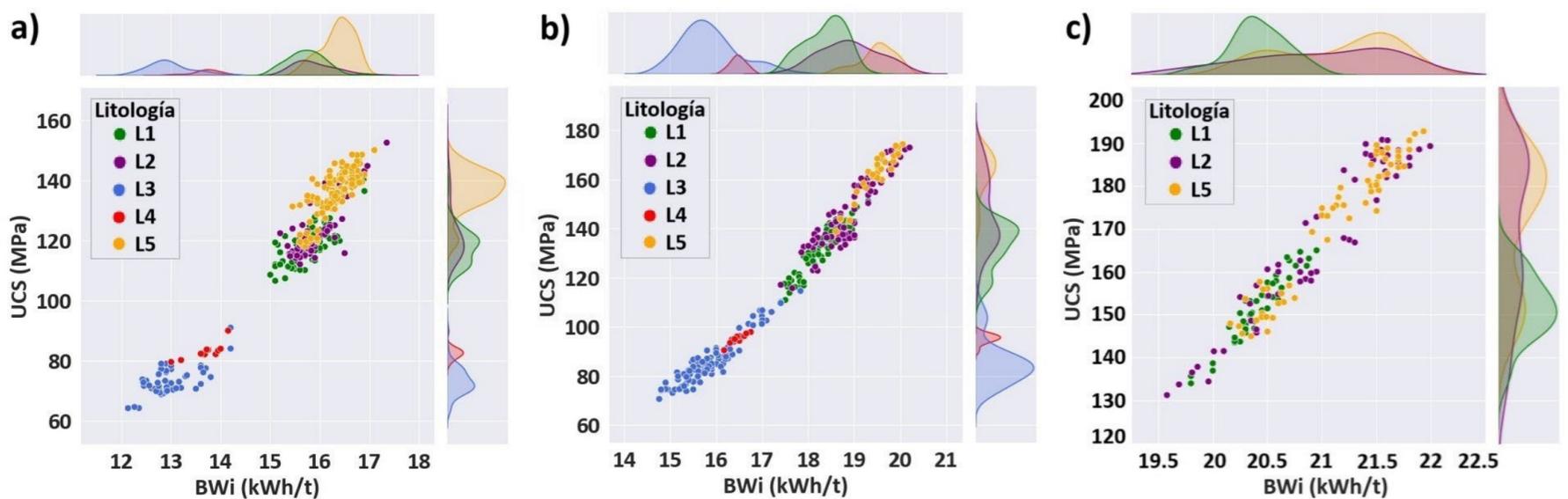


FIGURA 6
Diagramas de dispersión y curvas de densidad para BW_i-UCS en zonas mineralizadas y litologías

a) Óxidos. b) Mixtos. c) Sulfuros
L1 (Andesita), L2 (Granodiorita Biotítica), L3 (Brecha), L4 (Granito), L5 (Granodiorita)

Definición de unidades geometalúrgicas

Para modelar el BW_i se ha dividido al depósito en regiones denominadas UGM's, de manera que, las muestras correspondientes a una misma región tengan características similares en términos del BW_i. En la Figura 7 se ilustra su distribución por zonas minerales de lo cual se establece que cada una de ellas es independiente, por lo tanto, al definir UGM's no se unirán muestras que pertenezcan a distinta zona mineral.

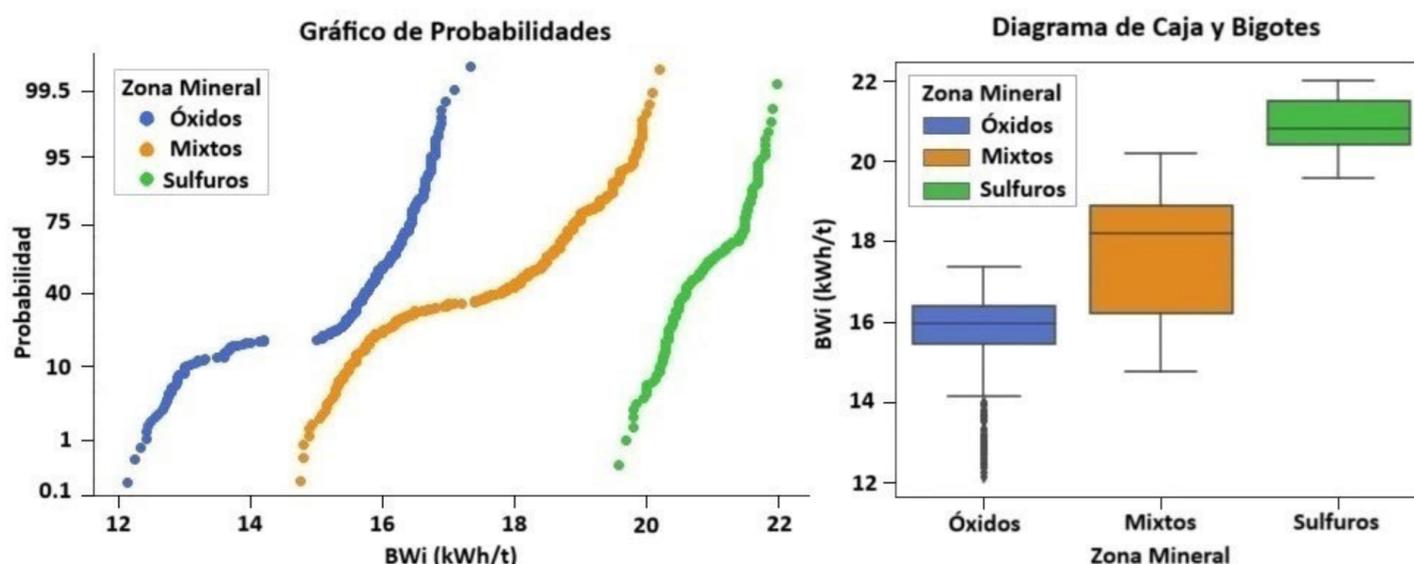


FIGURA 7
Gráfico de probabilidades y diagrama de caja y bigotes para BW_i por zonas minerales

También se ha considerado la litología ya que se observa en una misma zona mineral cambios en los valores del BW_i según el tipo de roca (Ver Figuras 9 y 10). Por lo tanto, al contar con 3 zonas minerales y 5 tipos de rocas pueden darse 15 combinaciones. No obstante, al analizar las litologías en cada zona mineral de las 15 posibles, por contacto solamente pueden darse 13 (Ver Figura 8) y se han definido 5 UGM's tomando en cuenta aquellas combinaciones que presentan comportamiento homogéneo en BW_i (Ver Figura 9).

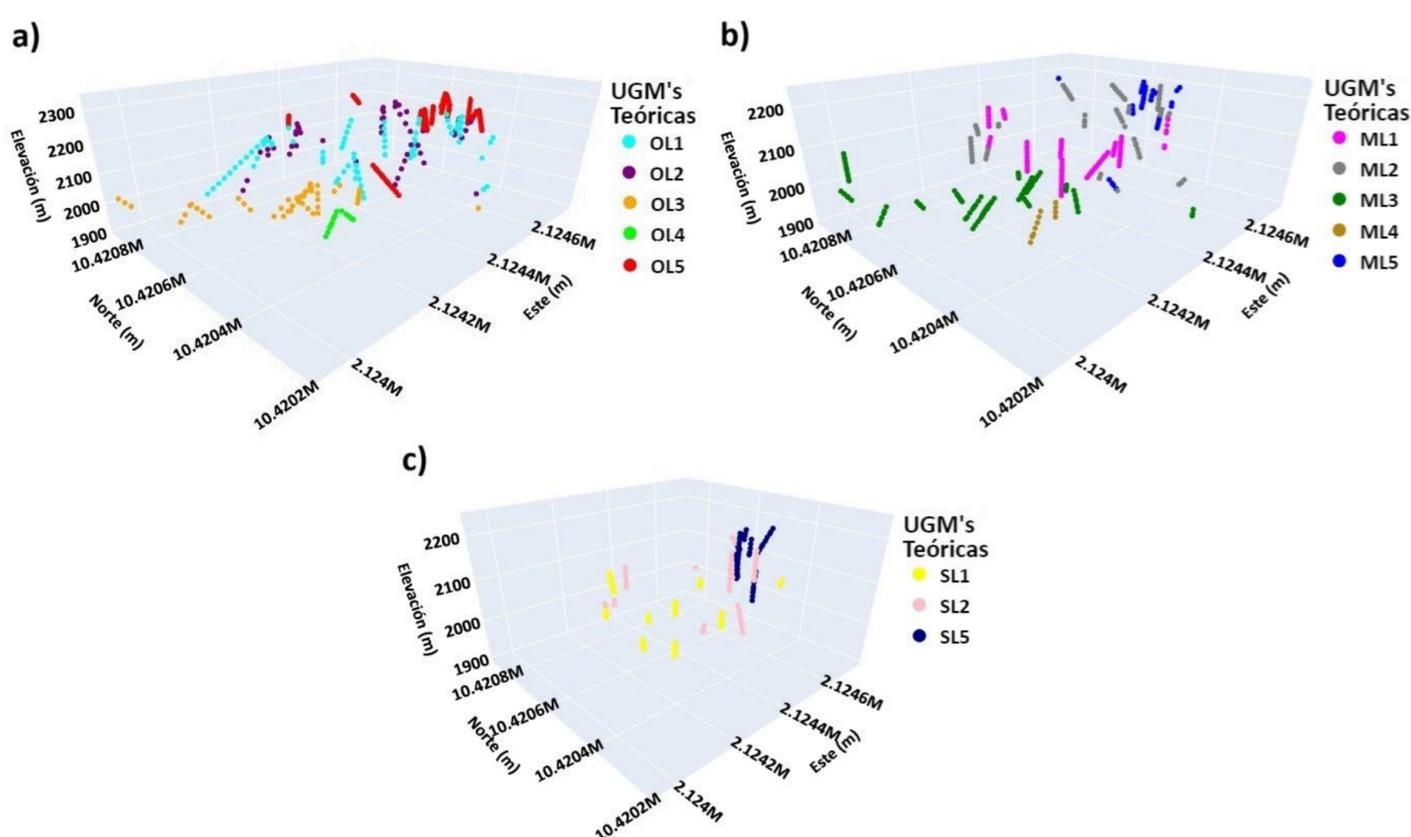


FIGURA 8
Visualización espacial de UGM's en zonas minerales

a) Óxidos (O). b) Mixtos (M). c) Sulfuros (S)

Se ilustra que al combinar las litologías presentes dentro de cada zona se obtienen 5 UGM's en Óxidos, 5 UGM's en Mixtos y 3 UGM's en Sulfuros. Por lo tanto, teóricamente en el depósito mineral se tienen 13 UGM's de BW_i.

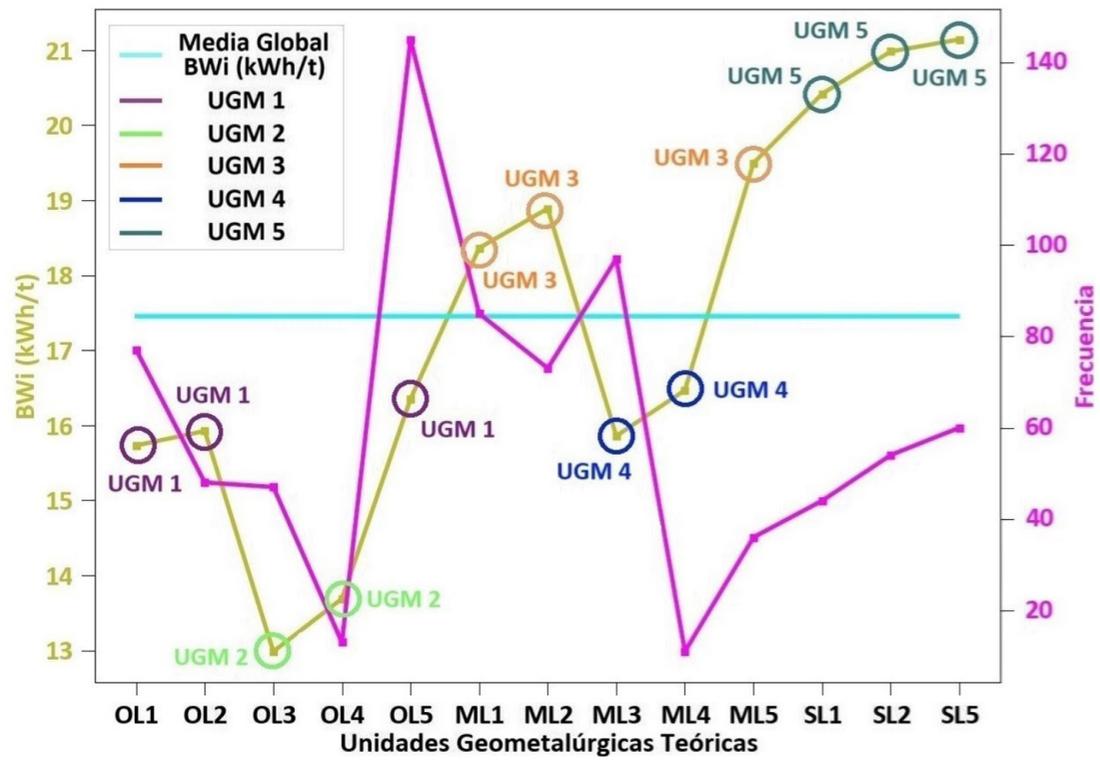


FIGURA 9
Definición de UGM's

Se muestra en color oliva variación del valor medio de BW_i por UGM's teóricas, en magenta su frecuencia de datos y en celeste la media del BW_i para el depósito. En consecuencia, se han definido 5 UGM's a partir de la combinación de unidades geológicas (zonas minerales y litologías) que tienen respuesta similar ante un proceso, en este caso expresado por el consumo específico de energía y denotado por el BW_i.

En la Figura 10 se indica la distribución del BW_i por litologías en cada zona mineral y de las UGM's definidas espacialmente, mientras que, en la Tabla 5 sus estadísticas.

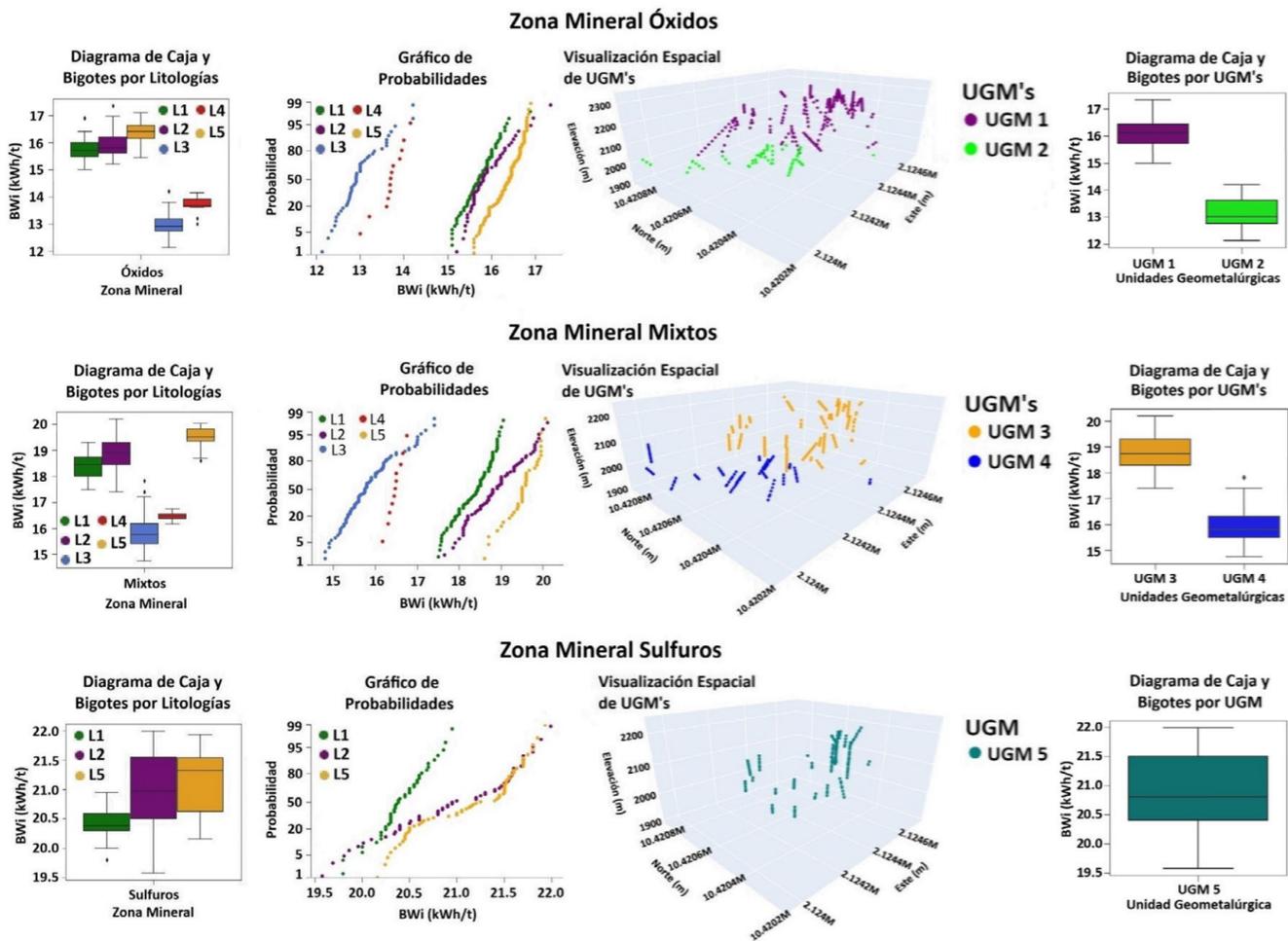


FIGURA 10
Distribución de valores del BW_i por zonas minerales, litologías y UGM's definidas

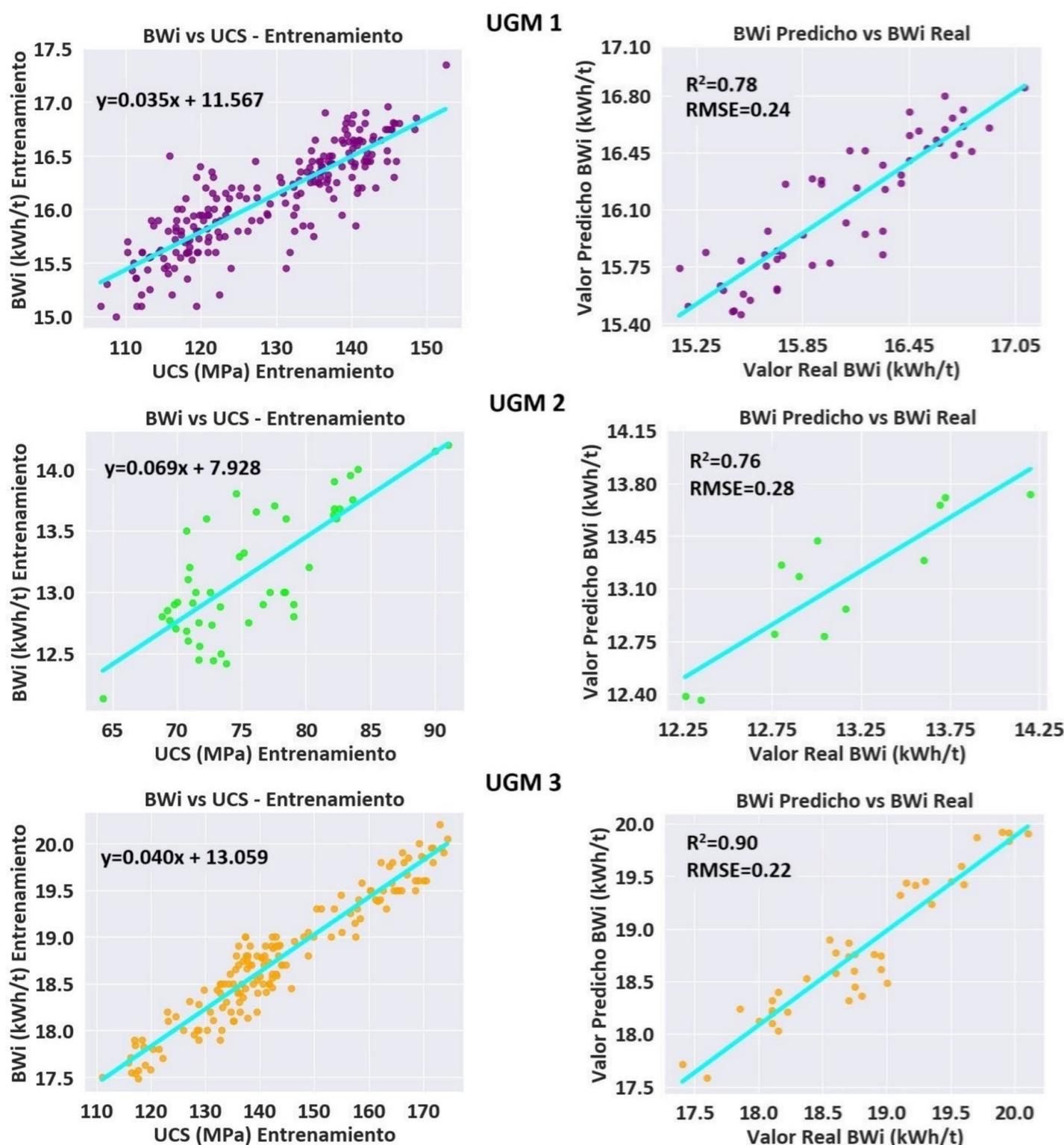
L1 (Andesita), L2 (Granodiorita Biotítica), L3 (Brecha), L4 (Granito), L5 (Granodiorita)

TABLA 5
Estadísticas de UGM's definidas del BW_i

UGM's	Zona Mineral	Litologías	# Muestras	Media	Std	Min	Q1	Q2	Q3	Max
UGM 1	Óxidos	L1, L2, L5	270	16.10	0.47	15.00	15.73	16.14	16.45	17.35
UGM 2		L3, L4	60	13.14	0.52	12.13	12.77	13.00	13.61	14.20
UGM 3	Mixtos	L1, L2, L5	194	18.77	0.66	17.40	18.30	18.74	19.30	20.20
UGM 4		L3, L4	108	15.92	0.63	14.76	15.49	15.80	16.30	17.83
UGM 5	Sulfuros	L1, L2, L5	158	20.90	0.59	19.58	20.40	20.80	21.50	21.99

Modelo geometalúrgico y predicción del BW_i

El modelo geometalúrgico consideró a UCS y al BW_i como variable predictora "x" y objetivo "y" respectivamente, tomando el 80 % de datos como entrenamiento y el 20 % restante para prueba. Al ser sus unidades distintas se realizó el escalamiento de las muestras en ambas variables; para esto se aplicó la técnica de normalización "MinMaxScaler" empleando la librería sklearn.preprocessing en Jupyter Notebook para garantizar que las escalas de los datos tengan un rango en común entre 0 y 1, lo cual mejora el rendimiento del algoritmo y finalmente las muestras fueron transformadas a sus unidades originales. En la Figura 11 se ilustran los modelos de regresión obtenidos.



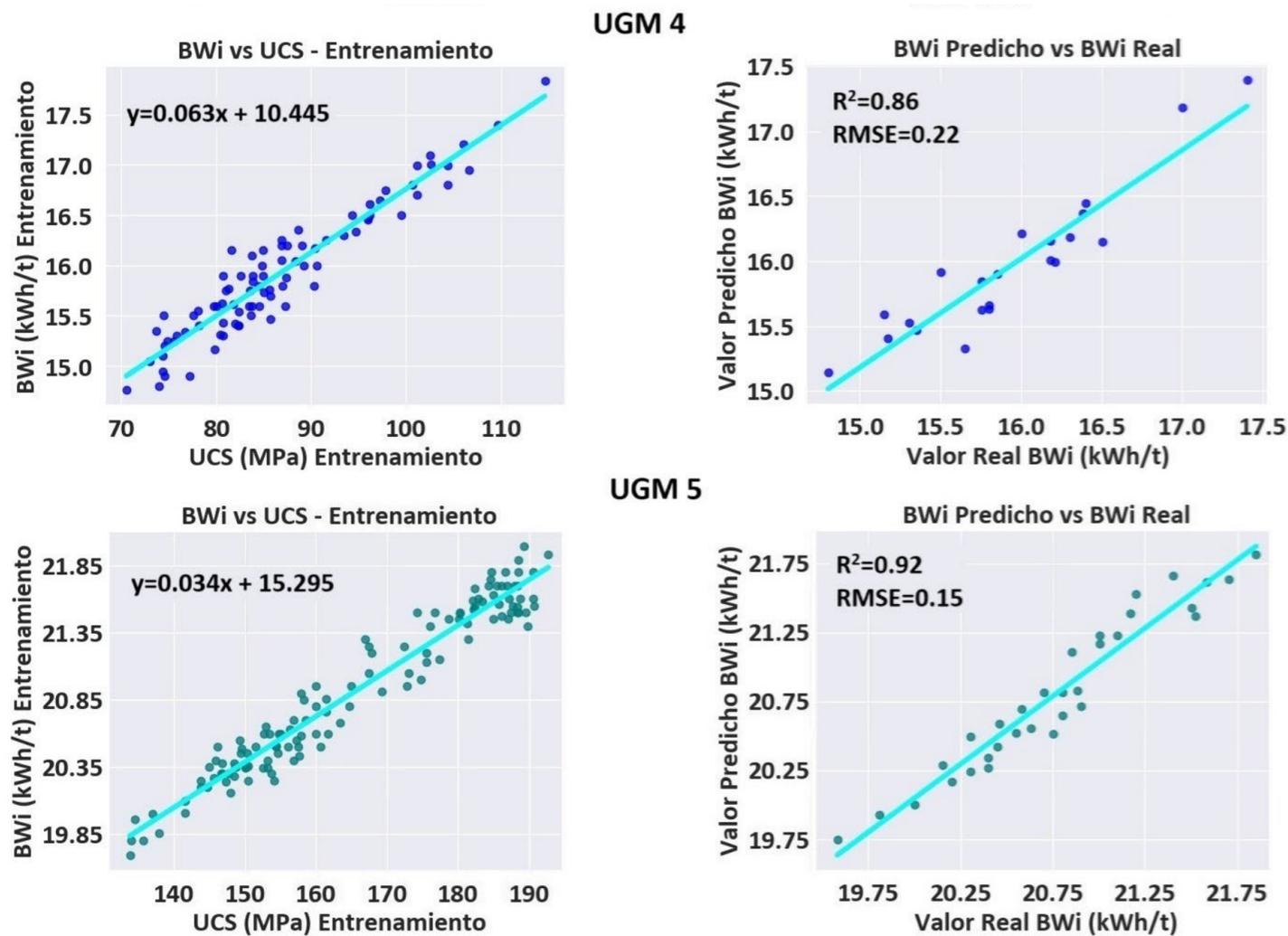


FIGURA 11

Modelos de regresión lineal para UGM's y evaluación de su desempeño entre valores reales y predichos

R^2 (Coeficiente de Determinación), RMSE (Raíz del Error Cuadrático Medio)

Discusión

Los resultados de esta investigación muestran relación directamente proporcional entre BW_i y UCS, que concuerda con los hallazgos encontrados por Hafeez (2012), Özer y Çabuk (2007). Sin embargo, en este trabajo el comportamiento es de tipo lineal, mientras que, en sus estudios son de tipo logarítmica y exponencial respectivamente. Además, en la investigación de Özer y Çabuk (2007) se obtiene el R^2 más bajo, ya que en su modelamiento se observa inicialmente aumento moderado del BW_i con respecto a UCS; no obstante, para valores mayores de UCS no se registra incremento en BW_i, resultando en un R^2 de 0.58, lo cual indica que el 58% de la variabilidad observada en el atributo de respuesta (BW_i) se explica por la variación de UCS a través de su modelo de regresión exponencial. Ante esto, cabe mencionar que en el presente estudio se obtienen resultados competitivos frente a los demás modelos propuestos (Ver Tabla 6).

Por otra parte, los autores citados no consideran el enfoque geometalúrgico en sus modelos, lo cual no permite evaluar adecuadamente la variabilidad del BW_i de acuerdo a la geología del depósito; dicho enfoque se basa preliminarmente en considerar su mineralogía, debido a que esto controlará el tratamiento para la recuperación del metal de interés. En este contexto, la viabilidad de los métodos hidrometalúrgicos para la extracción del cobre ha llevado a un aumento de la importancia científica y aplicación de lixiviación para óxidos de cobre (Emmanuel *et al.*, 2019), mientras que, en el caso de sulfuros de cobre, estos minerales deberán ser concentrados antes de que puedan transportarse y fundirse económicamente, siendo la técnica utilizada para este proceso la flotación (Schlesinger *et al.*, 2011).

No obstante, si los minerales oxidados de cobre se alojan en una matriz de ganga que consume ácido, como la calcita, la lixiviación ácida se convierte en una opción poco económica y la flotación es el proceso preferido (Kalichini *et al.*, 2017) e inclusive cuando los óxidos están químicamente bien definidos, como en el caso de la malaquita, la flotación es apropiada (Phetla y Muzenda, 2010). Por lo tanto, al ser una alternativa la flotación, será imprescindible que el mineral pase por un proceso de molienda para reducir aún más su tamaño de partícula y, en consecuencia, necesario conocer el consumo energético expresado por el BW_i. Luego es importante considerar la litología del depósito, porque como se ilustra en el presente estudio, controla la distribución del BW_i aun dentro de una misma zona. Por consiguiente, este enfoque ha permitido conformar UGM's con características geológicas y metalúrgicas similares, a partir de variables primarias (zonas minerales, litologías, UCS) e incorporando muestras del atributo de respuesta denotado por el BW_i.

TABLA 6
Comparación entre modelos de BW_i y UCS

Autores	Modelo Encontrado	Tipo	R ²
Hafez (2012)	$BW_i = 5.7 \ln(UCS) - 9.5$	Logarítmico	0.81
Özer y Çabuk (2007)	$BW_i = 2.5563e^{0.0722(UCS)}$	Exponencial	0.58
	* Óxidos		
	➤ UGM 1: $BW_i = 0.035(UCS) + 11.567$	Lineal	0.78
	➤ UGM 2: $BW_i = 0.069(UCS) + 7.928$	Lineal	0.76
	* Mixtos		
Esta investigación	➤ UGM 3: $BW_i = 0.040(UCS) + 13.059$	Lineal	0.90
	➤ UGM 4: $BW_i = 0.063(UCS) + 10.445$	Lineal	0.86
	* Sulfuros		
	➤ UGM 5: $BW_i = 0.034(UCS) + 15.295$	Lineal	0.92

Respecto a los resultados obtenidos sobre la competencia de las zonas minerales en el depósito pórfido cuprífero estudiado y expresada por el BW_i , se establece que sigue la siguiente secuencia: óxidos < mixtos < sulfuros (Ver Tabla 7); semejante a los trabajos elaborados por Harbort *et al.* (2013), Nghipulile *et al.* (2023), Harbort *et al.* (2011). Pese a ello, aunque esta tendencia se evidencia en sus investigaciones en cada caso existe diferencia en rango de valores para el BW_i , debido a las características geometalúrgicas específicas en cada depósito mineral.

TABLA 7
Valores del BW_i determinados en distintos depósitos pórfidos cupríferos por zonas minerales

Autores	Ubicación	Valores Medios de BW_i (kWh/t) por Zona Mineral
Harbort <i>et al.</i> (2011)	Perú	* Óxidos: 9.86 * Supérgena: 11.96 * Hipógena: 12.29
Nghipulile <i>et al.</i> (2023)	Namibia	* Óxidos: 17.26 * Sulfuros: 21.61
Harbort <i>et al.</i> (2013)	-	* Óxidos: 10.00 * Supérgena e Hipógena menos profunda: 20 * Hipógena más profunda: 24
Esta investigación	Perú	* Óxidos ➤ UGM 1: 16.10 ➤ UGM 2: 13.14 * Mixtos (Sulfuros Secundarios y Primarios) ➤ UGM 3: 18.77 ➤ UGM 4: 15.92 * Sulfuros Primarios ➤ UGM 5: 20.90

De acuerdo a lo expuesto en la Tabla 7, se aprecia que los óxidos presentan el BW_i más bajo en el depósito analizado, lo cual se debe al hecho que, los minerales de óxidos de cobre se forman como resultado de procesos supergénicos que tienen lugar cuando los sulfuros de cobre se exponen a efectos de meteorización y abarcan un conjunto de minerales definidos que reflejan un entorno geoquímico oxidante de pH variable, conocido como zona de óxidos, en el que la roca madre, la mineralogía de la roca encajante y la abundancia de sulfuros de hierro - cobre, entre otros factores, determinan que mineral de óxido se formó; y producto de esta meteorización las rocas circundantes se alteran, disminuyendo su dureza. Asimismo, a medida que se produce la transición de una mineralogía de cobre secundaria (calcosina, covelina) a una zona primaria (calcopirita, bornita) dentro del depósito pórfido cuprífero se espera aumento en su dureza, ya que esta transición también cambia la asociación mineral de la ganga, que a menudo implica presencia de rocas más competentes por el mayor contenido de cuarzo, feldespatos y otros minerales mecánicamente resistentes.

CONCLUSIONES

En la presente investigación se establece una metodología alternativa y óptima para predecir el BW_i a través de UCS, la cual es una propiedad geomecánica tecnoeconómica por ser relativamente simple y fácil de implementar, brindar información sobre la dureza en las zonas mineralizadas y a su vez relacionarse con otras propiedades resistentes que permiten caracterizar la competencia del macizo rocoso, repetibilidad y bajo costo en comparación con el BW_i.

Se determina que existe relación directa de tipo lineal entre el BW_i y UCS, generando modelos de regresión con desempeños aceptables de R² entre 0.76 a 0.90. En consecuencia, el separar por unidades geometalúrgicas, ha mejorado el conocimiento del depósito y también ha permitido estimar con mayor precisión el BW_i, que es un parámetro importante en el circuito de procesamiento.

A través del presente estudio se establece que las litologías y zonas minerales del depósito son características geológicas relevantes asociadas a la variabilidad en la conminución, ya que se observa cambios en los valores del BW_i en zonas mineralizadas y litologías semejantes, estas características permitieron definir unidades geometalúrgicas.

Tomando en cuenta la competencia de la roca en el depósito pórfido cuprífero analizado, mediante el BW_i (kWh/t), esta se clasifica como tipo media a dura con valores entre 13.16 a 16.10 en la zona de óxidos, dura en el rango de 15.92 a 18.77 en la zona mixta y muy dura con valor medio de 20.90 para sulfuros primarios.

REFERENCIAS

- Aljadani, A., Alharthi, B., Farsi, M. A., Balaha, H. M., Badawy, M. and Elhosseini, M. A. (2023) "Mathematical Modeling and Analysis of Credit Scoring Using the LIME Explainer: A Comprehensive Approach", *Mathematics*, 11(19), p. 4055. <https://doi.org/10.3390/math11194055>
- Aras, A., Özşen, H. and Dursun, A.E. (2020) "Using Artificial Neural Networks for the Prediction of Bond Work Index from Rock Mechanics Properties", *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 41(3), pp. 145–152. <https://doi.org/10.1080/08827508.2019.1575216>
- Bangdiwala, S.I. (2018) "Regression: simple linear", *International Journal of Injury Control and Safety Promotion*, pp. 113–115. <https://doi.org/10.1080/17457300.2018.1426702>
- Bilal, D. (2017). *Geometallurgical estimation of comminution indices for porphyry copper deposit applying mineralogical approach*. Master's Thesis. Available at: <https://ltu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1149944&dswid=1083>
- Chicco, D., Warrens, M.J. and Jurman, G. (2021) "The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation", *PeerJ Computer Science*, 7, pp. 1–24. <https://doi.org/10.7717/PEERJ-CS.623>
- Dehaine, Q., Michaux, S. P., Pokki, J., Kivinen, M. and Butcher, A. R. (2020) "Battery minerals from Finland: Improving the supply chain for the EU battery industry using a geometallurgical approach", *European Geologist Journal*, 49, pp. 5–11. <https://doi.org/10.5281/zenodo.3938855>
- Deutsch, C. V. (2023) "The Place of Geostatistical Simulation through the Life Cycle of a Mineral Deposit", *Minerals*, 13(11), p. 1400. <https://doi.org/10.3390/min13111400>

- Dominy, S., O'Connor, L., Parbhakar-Fox, A., Glass, H. and Purevgerel, S. (2018) "Geometallurgy—A Route to More Resilient Mine Operations", *Minerals*, 8(12), p. 560. <https://doi.org/10.3390/min8120560>
- Emmanuel, B., Ajayi, J.A. and Makhatha, E. (2019) "Investigation of copper recovery rate from copper oxide ore occurring as coarse grains locked in a porphyritic fine grain alumina and silica", *Energy Procedia*, 157, pp. 972–976. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2018.11.264>
- García, G. G., Oliva, J., Guasch, E., Anticoi, H., Coello-Velázquez, A. L. and Menéndez-Aguado, J. M. (2021) "Variability study of bond work index and grindability index on various critical metal ores", *Metals*, 11(6), p. 970. <https://doi.org/10.3390/met11060970>
- Garrido, M. et al. (2019) "An overview of good practices in the use of geometallurgy to support mining reserves in copper sulfides deposits", *In Procemin-Geomet 2019*. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.11290538>
- Gholami, A., Asgari, K., Khoshdast, H. and Hassanzadeh, A. (2022) "A hybrid geometallurgical study using coupled Historical Data (HD) and Deep Learning (DL) techniques on a copper ore mine", *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 58(3), p. 147841. <https://doi.org/10.37190/ppmp/147841>
- Godoy, D.R., Álvarez, V., Mena, R., Viveros, P. and Kristjanpoller, F. (2024) "Adopting New Machine Learning Approaches on Cox's Partial Likelihood Parameter Estimation for Predictive Maintenance Decisions", *Machines*, 12(1), p. 60. <https://doi.org/10.3390/machines12010060>
- Hafeez, G. (2012) "Correlation Between Work Index and Mechanical Properties of some Saudi Ores", *Journal of Engineering Sciences*, 40(1), pp. 271–280. <https://doi.org/10.21608/jesaun.2012.112727>
- Harbort, G., Lam, K. and Sola, C. (2013) The use of Geometallurgy to Estimate Comminution Parameters within Porphyry Copper Deposits. In *The Second AusIMM International Geometallurgy Conference 2013*. Brisbane, pp. 217–230. <https://www.ausimm.com/publications/conference-proceedings/the-second-ausimm-international-geometallurgy-conference-2013/the-use-of-geometallurgy-to-estimate-comminution-parameters-within-porphyry-copper-deposits/>
- Harbort, G., Manfrino, A. and Wright, J. (2011) Development of the Zafranal Geometallurgical Model. In *First AusIMM International Geometallurgy Conference (GeoMet) 2011*. Brisbane, pp. 1–12. <https://www.ausimm.com/publications/conference-proceedings/first-ausimm-international-geometallurgy-conference-geomet-2011/development-of-the-zafranal-geometallurgical-model/>
- Hunt, J.A. and Berry, R.F. (2017) 'Economic geology models #3. Geological contributions to geometallurgy: A review', *Geoscience Canada*, 44(3), pp. 103–118. <https://doi.org/10.12789/geocanj.2017.44.121>
- Kalichini, M., Corin, K. C., O'Connor, C. T. and Simukanga, S. (2017) "The role of pulp potential and the sulphidization technique in the recovery of sulphide and oxide copper minerals from a complex ore", *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 117(8), pp. 803–810. <https://doi.org/10.17159/2411-9717/2017/v117n8a11>
- Kalota, F. (2024) "A Primer on Generative Artificial Intelligence", *Education Sciences*, 14(2), p. 172. <https://doi.org/10.3390/educsci14020172>
- Kim, S.J., Bae, S.J. and Jang, M.W. (2022) "Linear Regression Machine Learning Algorithms for Estimating Reference Evapotranspiration Using Limited Climate Data", *Sustainability*, 14(18), p. 11674. <https://doi.org/10.3390/su141811674>
- Lishchuk, V., Koch, P. H., Ghorbani, Y. and Butcher, A. R. (2020) "Towards integrated geometallurgical approach: Critical review of current practices and future trends", *Minerals Engineering*, pp. 1–16. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.106072>
- Lishchuk, V., Lund, C. and Ghorbani, Y. (2019) "Evaluation and comparison of different machine-learning methods to integrate sparse process data into a spatial model in geometallurgy", *Minerals Engineering*, 134, pp. 156–165. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.01.032>

- Lishchuk, V. and Pettersson, M. (2021) "The mechanisms of decision-making when applying geometallurgical approach to the mining industry", *Mineral Economics*, 34(1), pp. 71–80. <https://doi.org/10.1007/s13563-020-00220-9>
- Manakitsa, N., Maraslidis, G. S., Moysis, L. and Fragulis, G. F. (2024) "A Review of Machine Learning and Deep Learning for Object Detection, Semantic Segmentation, and Human Action Recognition in Machine and Robotic Vision", *Technologies*, 12(2), p. 15. <https://doi.org/10.3390/technologies12020015>
- Mohammadi, S., Rezai, B., Abdollahzadeh, A. and Mortazavi, S. (2021) "Evaluation of the geometallurgical indices for comminution properties at Sarcheshmeh porphyry copper mine, Iran", *Iranian Journal of Earth Sciences*, 13(1), pp. 41–49. <https://sanad.iau.ir/journal/ijes/Article/678955?jid=678955>
- Morales, N., Seguel, S., Cáceres, A., Jélvez, E. and Alarcón, M. (2019) "Incorporation of geometallurgical attributes and geological uncertainty into long-term open-pit mine planning", *Minerals*, 9(2), p. 108. <https://doi.org/10.3390/min9020108>
- Mwanga, A., Rosenkranz, J. and Lamberg, P. (2015) "Testing of ore comminution behavior in the geometallurgical context—A review", *Minerals*, 5(2), pp. 276–297. <https://doi.org/10.3390/min5020276>
- Mu, Y. and Salas, J.C. (2023) "Data-Driven Synthesis of a Geometallurgical Model for a Copper Deposit", *Processes*, 11(6), p. 1775. <https://doi.org/10.3390/pr11061775>
- Nghipulile, T., Moongo, T. E., Dzinomwa, G., Maweja, K., Mapani, B., Kurasha, J. and Amwaama, M. (2023) "Effect of mineralogy on grindability - A case study of copper ores", *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 123(3), pp. 133–144. <https://doi.org/10.17159/2411-9717/1714/2023>
- Özer, Ü. and Çabuk, E. (2007) "Relationship Between Bond Work Index and Rock Parameters", *Istanbul Earth Sciences Review*, 20(1), pp. 43–49. <https://dergipark.org.tr/en/pub/iuyerbilim/issue/18564/196066>
- Phetla, T.P. and Muzenda, E. (2010) "A Multistage sulphidisation flotation procedure for a low grade malachite copper ore", *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 70, pp. 255–261. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1077972>
- Radhoush, S., Whitaker, B.M. and Nehrir, H. (2023) "An Overview of Supervised Machine Learning Approaches for Applications in Active Distribution Networks", *Energies*, 16(16), p. 5972. <https://doi.org/10.3390/en16165972>
- Ram Chandar, K., Deo, S. and Baliga, A. (2016) "Prediction of Bond's work index from field measurable rock properties", *International Journal of Mineral Processing*, 157, pp. 134–144. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2016.10.006>
- Ranjbar, A., Mousavi, A. and Asghari, O. (2021) "Using Rock Geomechanical Characteristics to Estimate Bond Work Index for Mining Production Blocks", *Mining, Metallurgy & Exploration*, 38(6), pp. 2569–2583. <https://doi.org/10.1007/s42461-021-00498-5>
- Rossi, M. and Deutsch, C. (2014) *Mineral Resource Estimation*. Dordrecht: Springer Dordrecht. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5717-5>
- Saldaña, M., Gálvez, E., Navarra, A., Toro, N., and Cisternas, L. A. (2023) "Optimization of the SAG Grinding Process Using Statistical Analysis and Machine Learning: A Case Study of the Chilean Copper Mining Industry", *Materials*, 16(8), p. 3220. <https://doi.org/10.3390/ma16083220>
- Sepúlveda, E. (2018). *Quantification of uncertainty of geometallurgical variables for mine planning optimisation*. Doctoral Thesis. Available at: <https://hdl.handle.net/2440/114242>
- Schlesinger, M. E., King, M. J., Sole, K. C. and Davenport, W. G. (2011) "Production of Cu Concentrate from Finely Ground Cu Ore", In *Extractive Metallurgy of Copper*. Elsevier, pp. 51–71. <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-096789-9.10004-6>
- Taye, M.M. (2023) "Understanding of Machine Learning with Deep Learning: Architectures, Workflow, Applications and Future Directions", *Computers*, 12(5), p. 91. <https://doi.org/10.3390/computers12050091>

Todorovic, D., Trumic, M., Andric, L., Milosevic, V. and Trumic, M. (2017) "A quick method for bond work index approximate value determination", *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 53(1), pp. 321–332. <https://www.journalssystem.com/ppmp/A-quick-method-for-Bond-work-index-approximate-value-determination,64630,0,2.html>

Zhang, Z., Xiao, Y. and Niu, H. (2022) "DEA and Machine Learning for Performance Prediction", *Mathematics*, 10(10), p. 1776. <https://doi.org/10.3390/math10101776>